

Algorithme évolutionnaire (AE) pour l'optimisation des débits sur les réseaux hydrauliques à la demande

Nouiri I., Lebdi F., Lamaddalena N.

in

Lamaddalena N. (ed.), Lebdi F. (ed.), Todorovic M. (ed.), Bogliotti C. (ed.).
Irrigation systems performance

Bari : CIHEAM

Options Méditerranéennes : Série B. Etudes et Recherches; n. 52

2005

pages 49-58

Article available on line / Article disponible en ligne à l'adresse :

<http://om.ciheam.org/article.php?IDPDF=5002247>

To cite this article / Pour citer cet article

Nouiri I., Lebdi F., Lamaddalena N. **Algorithme évolutionnaire (AE) pour l'optimisation des débits sur les réseaux hydrauliques à la demande.** In : Lamaddalena N. (ed.), Lebdi F. (ed.), Todorovic M. (ed.), Bogliotti C. (ed.). *Irrigation systems performance*. Bari : CIHEAM, 2005. p. 49-58 (Options Méditerranéennes : Série B. Etudes et Recherches; n. 52)



<http://www.ciheam.org/>
<http://om.ciheam.org/>

ALGORITHME EVOLUTIONNAIRE (AE) POUR L'OPTIMISATION DES DEBITS SUR LES RESEAUX HYDRAULIQUES A LA DEMANDE

(Evolutionary Algorithm (EA) for flow optimisation in on demand water systems networks)

I. Nouiri*, F. Lebdi* and N. Lamaddalena**

*Institut National Agronomique de Tunisie (INAT),
Laboratoire des Sciences et Techniques de l'Eau

**CIHEAM/ Mediterranean Agronomic Institute of Bari, Italy

RESUME - Cette étude présente le développement d'un Algorithme Evolutionnaire (AE) pour l'optimisation des débits sur les systèmes maillés d'alimentation en eau. L'objectif est de réduire et de stabiliser le débit maximal produit. Le modèle a été utilisé pour calculer les arrivées optimales des sept réservoirs d'un système hydraulique. Durant la journée d'étude, la source d'eau a produit un volume égal à 103000 m³, avec un débit maximal de 5283 m³/h. Le scénario de régulation proposé par le modèle d'optimisation présente deux paliers d'arrivées. Il offre le meilleur compromis entre l'importance du débit de pointe et les violations des limites. Ce scénario réduit le débit maximal produit de 17,9 %, ainsi que les violations maximales des hauteurs d'eau admissibles à des valeurs acceptables. En plus, la solution optimale a garanti pour la source d'eau un régime de fonctionnement plus stable que la situation initiale. En effet, le débit produit a varié initialement entre 2987 et 5283 m³/h, alors que la consigne optimale propose un débit produit variant entre 4330 et 4338 m³/h. L'utilisation de trois et quatre paliers d'arrivées réduit d'avantage les violations des limites mais nécessite des débits produits plus importants. La technique de calcul adoptée dans ce travail permet d'utiliser le modèle avec efficacité pour des réseaux hydrauliques comportant un grand nombre de réservoirs, sans contraintes de matériel ni de temps de calcul.

SUMMARY - This paper presents the development of an Evolutionary Algorithm (EA) for flow optimisation in water systems. The aim is to reduce and stabilise the maximum flow produced. The model was used to calculate the optimal inflows for the seven tanks of the studied water distribution system. Through the day study period, the water source produce 101000 m³, with a maximum flow equal to 5283 m³. The regulation scenario proposed by the optimisation model is characterised by two inflow values. It gives the best arrangement between the maximum source flow produced and the maximum constraints violations. This scenario reduces the maximum produced flow by 17.9 %, and also the maximum violations of tolerable water levels to acceptable values. In addition, the optimal solution guarantee better flow stability for water source than the initial situation. In effect, the produced flow has initially varied between 2987 and 5283 m³/h, and the optimal solution proposes a produced flow between 4330 and 4338 m³/h. the use of three and four inflow values for each tank, decrease again the maximum constraints violations but needs more important produced flows. The computation technique adopted in this work guarantee an efficient use of the model for water system networks composed with great tank number, with no material and calculation time constraints.

Mots clés : Réseau hydraulique, Optimisation, Algorithme Evolutionnaire, Régulation, Réservoir.

Keywords : Optimization, Evolutionary Algorithm, Regulation, Tank, Feeder, Drinking Water network.

INTRODUCTION

La demande en eau dans un système hydraulique à la demande varie selon l'année, la saison ou la journée et même d'une heure à l'autre au cours de la même journée. Cette demande dépend étroitement du niveau de vie, qui évolue sans cesse, des conditions météorologiques, variables avec la saison et même avec la journée, et dépend de l'heure de la journée à laquelle elle se manifeste (Blanic, 1971; Deveaux et Giry, 1977; Divenot, 1978). L'apparition d'une demande au niveau d'un

réservoir est le résultat du foisonnement de la demande, ainsi que de la structure et de l'état du réseau (Guhl, 1999). En fonction des demandes horaires exprimées par les utilisateurs, la source d'eau fournie à chaque réservoir sa demande globale. Ce dernier remplit alors une fonction de tampon entre le réseau d'adduction et celui de distribution, par la variation de son stock. Parallèlement, le réservoir doit maintenir la hauteur d'eau entre une valeur minimale « H_{\min} » et une valeur maximale « H_{\max} » (Fig. 1). La fonction de régulation des réservoirs d'eau potable a pour objectif de stabiliser les régimes de fonctionnement des sources d'eau et de réduire les débits maximums dus au foisonnement de la demande. L'optimisation de la régulation vise alors la réduction des capacités des équipements (stations de pompage, conduites de transfert), donc les investissements et les frais de gestion du système hydraulique. Vu les intérêts hydraulique et économique de la régulation sur les réseaux hydrauliques, le présent travail a pour objectif d'établir un outil d'optimisation des apports d'eau aux réservoirs : Arrivées de l'eau dans les réservoirs, permettant de satisfaire leurs besoins journaliers, de minimiser le débit maximal de la source d'eau et d'avoir des réservoirs pleins au départ de chaque cycle de distribution.

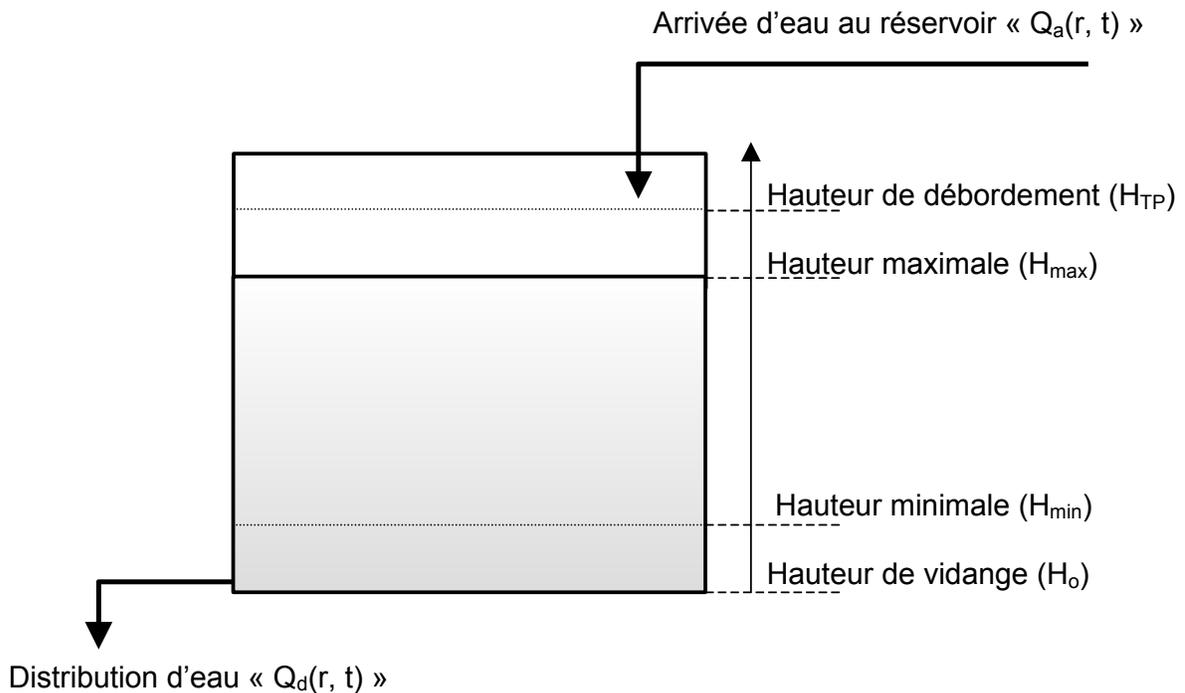


Fig. 1. Schéma type d'un réservoir d'eau

Le caractère combinatoire de ce problème d'optimisation nous a amené à utiliser la technique d'optimisation par Algorithme Evolutionnaire (AE) recommandée dans (Hrstka et Kucerova, 2004). De plus, les résultats de l'étude comparative menée dans (Savic et Walters; 1997) entre cette technique et celles conventionnelles sont en faveur des AE. Après la formulation du problème, nous exposons les principales étapes de calcul du modèle proposé. Une journée de fonctionnement d'un système hydraulique fonctionnant à la demande a été utilisée pour valider les performances du modèle.

FORMULATION MATHÉMATIQUE

Le réservoir d'eau assure la mise en charge permanente du réseau de distribution, il répond à la demande instantanée des utilisateurs et assure la régulation entre la distribution et l'adduction. A l'échelle d'un système hydraulique, ce problème d'optimisation sera régi par la fonction objective de réduction du débit maximal du système et les conditions aux limites au niveau des réservoirs.

Fonction objective

L'objectif principal visé par le gestionnaire d'un réseau est exprimé par l'équation :

$$\text{Minimiser } [\text{Max } Q_T(R, t)] \quad t = \Delta t, \dots, T_{\max} \quad (1)$$

Où R est le nombre de réservoirs, t le pas de temps, $Q_T(R, t)$ le débit total au niveau de la source pour les « R » réservoirs à un instant « t », Δt le pas de temps de simulation et T_{\max} la période de simulation. Pour un système hydraulique, comportant « R » réservoirs, le débit total des arrivées à un instant « t » est donné par l'équation :

$$Q_T(R, t) = \sum_{r=1}^R Q_a(r, t) \quad r = 1, \dots, R \quad (2)$$

Où $Q_a(r, t)$ est le débit d'arrivée du réservoir « r » au pas de temps « t ».

Conditions aux limites

Face aux demandes instantanées « $Q_d(r, t)$ » exprimées par les utilisateurs, les consignes aux arrivées « $Q_a(r, t)$ » des réservoirs « r » déterminent les hauteurs d'eau « $h(r, t)$ » à chaque pas de temps « t » :

$$h(r, t) = h(r, t - \Delta t) + \frac{(Q_a(r, t) - Q_d(r, t))}{S(r)} \quad r = 1, \dots, R \text{ et } t = \Delta t, \dots, T_{\max} \quad (3)$$

Où $S(r)$ est la section du réservoir « r ».

Les conditions aux limites pour ce problème d'optimisation fixent les valeurs admissibles des hauteurs d'eau dans les réservoirs par les équations suivantes :

$$h(r, 0) = H_0(r) \quad (4)$$

$$h(r, T_{\max}) = H_f(r) \quad (5)$$

$$H_{\min}(r) \leq h(r, t) \leq H_{\max}(r) \quad (6)$$

Avec : $H_0(r)$: La hauteur d'eau dans le réservoir « r » au pas de temps « $t = 0$ ».

$H_{\max}(r)$: La hauteur d'eau maximale admissible pour le réservoir « r »,

$H_{\min}(r)$: La hauteur d'eau minimale admissible pour le réservoir « r »,

$H_f(r)$: La hauteur d'eau cible dans le réservoir « r » correspondante à $t = T_{\max}$,

Les violations des limites engendrées au niveau d'un réservoir « r » sont données par les équations :

$$\text{Si } (h(r, t) < H_{\min}(r)) \text{ alors } \text{Violation}_{H_{\min}}(r, t) = H_{\min}(r) - h(r, t) \quad (7)$$

$$\text{Si } (h(r, t) > H_{\max}(r)) \text{ alors } \text{Violation}_{H_{\max}}(r, t) = h(r, t) - H_{\max}(r) \quad (8)$$

$$\text{Si } (t = T_{\max}) \text{ alors } \Delta H_f(r, T_{\max}) = |h(r, T_{\max}) - H_f(r)| \quad (9)$$

Où $\text{Violation}_{H_{\min}}(r, t)$ est la violation de la hauteur minimale admissible de « r » au pas de temps « t », $\text{Violation}_{H_{\max}}(r, t)$ la violation de la hauteur maximale admissible de « r » au pas de temps « t » et $\Delta H_f(r, T_{\max})$ l'écart du plan d'eau à la fin du cycle de distribution, par rapport à la hauteur finale cible « $H_f(r)$ » du réservoir « r ».

METHODOLOGIE

La résolution du présent problème d'optimisation est faite par l'itération de deux étapes de calcul. Pour chaque solution possible au problème, on calcule les hauteurs d'eau ainsi que les violations des hauteurs admissibles, dans tous les réservoirs et à tous les pas de temps de simulation. En deuxième étape, les résultats seront utilisés par un modèle d'optimisation pour l'évaluation de la fonction objectif et l'affectation d'une performance à chaque solution étudiée : Fitness. Le modèle est un Algorithme Evolutionnaire (AE) qui procède ensuite par la combinaison des solutions et améliore la performance maximale de l'ensemble. Ce processus est répété jusqu'à la détermination de la solution optimale. L'application du modèle nécessite la connaissance de la période de simulation, le nombre d'heures minimum de fonctionnement constant des arrivées, le nombre de réservoirs et leurs caractéristiques, leurs conditions aux limites et les modulations des distributions prévues.

MODELE D'OPTIMISATION

Le modèle proposé pour l'optimisation de la régulation des réservoirs d'eau potable est une procédure de recherche inspirée des mécanismes de la génétique et de l'évolution naturelle. Cette technique est basée sur l'évaluation des performances (Fitness) et des capacités de survie de chaque individu.

Principe des Algorithmes Evolutionnaires

Par similitude à la théorie de l'évolution de DARWIN, les Algorithmes évolutionnaires (AE) font évoluer les individus d'une population, choisis initialement au hasard, par le biais des opérateurs génétiques (Back et al., 2000; Goldberg, 1991). A chaque génération, des individus se reproduisent, survivent ou disparaissent de la population sous l'action de la sélection pour la reproduction et la sélection pour le remplacement (Back et al., 2000; Dreo et al., 2003). Nombreuses techniques de sélection peuvent être citées : La sélection proportionnelle, la sélection selon le rang de l'individu et la sélection par tournois. Les individus sélectionnés sont soumis à des croisements qui diffèrent par le mode d'échange du matériel génétique et par le nombre de points de croisement entre les parents. Le mécanisme de croisement est généralement appliqué selon une probabilité qui varie entre 0,5 et 0,8. En plus des croisements, les individus d'une population sont également soumis à la mutation, qui introduit dans la population une variabilité aléatoire, selon une probabilité variant entre 0,01 et 0,1. Les opérateurs génétiques : sélection, croisement et mutation sont généralement associés à une stratégie d'évolution qui définit les mécanismes permettant de passer d'une génération à une autre. Le nombre maximal de générations est un paramètre de la stratégie d'évolution qui arrête le processus itératif en cas de non-convergence (Back et al., 2000; Dreo et al., 2003; Pelikan et al., 2003).

Evaluation des individus

La solution optimale au problème doit minimiser le débit maximal de la source d'eau. En plus, elle doit minimiser les violations des hauteurs d'eau admissibles « H_{\min} » et « H_{\max} » au niveau de chaque réservoir. La transformation de ce problème de minimisation en un problème de maximisation de la performance d'une solution « j » conduit aux fonctions d'évaluations suivantes :

La fonction de minimisation du débit maximal :

$$F_{Qa}(j) = \frac{1}{\left(a + \frac{Q_{Max}(j)}{QST}\right)} \quad (10)$$

La fonction de minimisation de la somme des écarts par rapport à la hauteur finale cible :

$$F_{Hf}(j) = \frac{1}{\left(b + \left(\sum_R \Delta Hf(j)\right)^2\right)} \quad (11)$$

La fonction de minimisation des violations maximales des hauteurs d'eau admissibles :

$$F_{VH}(j) = \frac{1}{(c + (\text{Max}[\text{Violation}H \min(j)] + \text{Max}[\text{Violation}H \max(j)])^2)} \quad (12)$$

Où a, b et c des constantes positives non nulles, $Q_{\text{Max}}(j)$ le débit maximal de la solution « j » et QST le débit maximal de la source.

La fonction d'évaluation globale d'une solution « j » est donnée par l'équation :

$$\text{Fitness}(j) = \frac{(p_1 \times F_{Qa}(j) + p_2 \times F_{Hf}(j) + p_3 \times F_{VH}(j))}{(p_1 + p_2 + p_3)} \quad (13)$$

Où p_1 , p_2 et p_3 sont les poids de pondération respectifs des fonctions d'évaluation. Selon le choix du gestionnaire, une importance peut être attribuée à l'un ou à l'autre critère.

Evolution

Sélection : Dans un objectif de garantir une pression de sélection acceptable, la technique de sélection par tournoi a été adoptée dans le présent travail. La pression de sélection est ajustée par le nombre de participants dans chaque tournoi (Dreo et al., 2003).

Croisement : Il a été utilisé le croisement arithmétique de deux parents pour produire deux enfants. Les pourcentages de participation des parents dans chaque descendant sont définis par un tirage au hasard.

Mutation : Dans le présent travail on a adopté une mutation aléatoire d'un bit choisis au hasard, par le changement de sa valeur de façon aléatoire (Dreo et al., 2003).

Elitisme : Afin de garder dans la nouvelle population la meilleure solution, une stratégie d'élitisme a été adoptée. Associée à la technique de sélection par tournoi cette stratégie constitue une garantie contre la convergence prématurée (Dreo et al., 2003).

RESEAU ETUDIE

Afin de tester le modèle d'optimisation élaboré, notre choix a porté sur un système hydraulique de distribution d'eau formé d'une source d'eau, d'un réseau de conduites de transfert et de sept (7) réservoirs de régulation (Fig. 2). Le cycle de fonctionnement qu'on se propose d'étudier représente une journée exceptionnelle, caractérisée par un foisonnement de la demande identique pour tous les réservoirs. Les données enregistrées montrent qu'au cours de cette journée les réservoirs ont distribué 101000 m^3 , avec un débit maximal de $8300 \text{ m}^3/\text{h}$. D'autre part, la source d'eau a produit pour les mêmes réservoirs un volume égal à 103000 m^3 , enregistrant un débit maximal de $5283 \text{ m}^3/\text{h}$ (Fig. 3).

Application du modèle d'optimisation

Partant du fait que les variations des débits sur les réseaux hydrauliques peuvent engendrer des écoulements transitoires dangereux pour les conduites, on se limitera dans ce travail à l'optimisation de scénarios avec des arrivées constantes pour 6, 8, 12 et 24 heures. Chaque scénario fera l'objet d'une étude pour déterminer ses consignes optimales. Le paramétrage de l'Algorithme évolutionnaire (AE) a conduit à l'adoption de populations formées de 100 individus et un nombre maximal de génération égal à 300. Ainsi, chaque application du modèle évalue 30000 solutions possibles. Pour les 7 réservoirs, le modèle traite à chaque fois entre 210000 et 840000 arrivées pour respectivement 1 et 4 paliers. Malgré cette masse importante de calculs, le modèle consomme quelques secondes pour calculer la solution optimale.

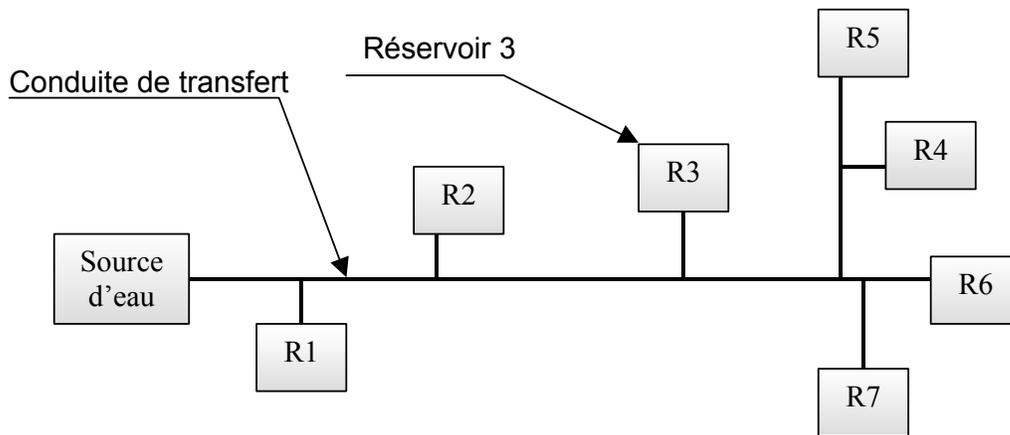


Fig. 2. Schéma du réseau hydraulique en fonctionnement à la demande, étudié.

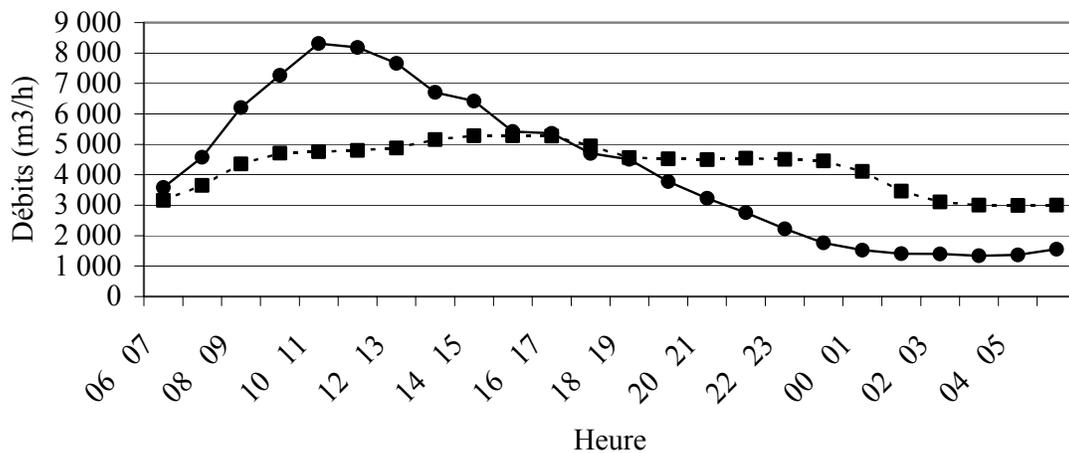


Figure 3. débit distribué par les réservoirs et débit produit par la source



Fig. 3. Débit distribué par les réservoirs et débit produit par la source

Résultats et discussions

La première application du modèle a permis de calculer les consignes optimales constantes pendant 24 heures (1 palier). La figure 4 illustre l'évolution des performances d'une population de 100 individus choisie initialement au hasard. Les évolutions du débit maximal de la source et des violations maximales des hauteurs admissibles sont présentés respectivement dans les figures 5 et 6. C'est au niveau des cinquante (50) premières générations que l'évolution des performances est importante. Pour les générations suivantes de faibles variations des performances ont été observées. Les premiers résultats ont montré que l'adoption d'une arrivée constante pendant 24 heures n'a pas permis d'épargner les violations des hauteurs d'eau admissible essentiellement celles minimales.

Pour ce fait, le modèle a été utilisé pour optimiser les consignes correspondantes à des périodes d'arrivées constantes pendant 12, 8 et 6 heures, soient respectivement 2, 3 et 4 paliers d'arrivées. Le *tableau 1* résume les performances de chaque scénario optimisé :

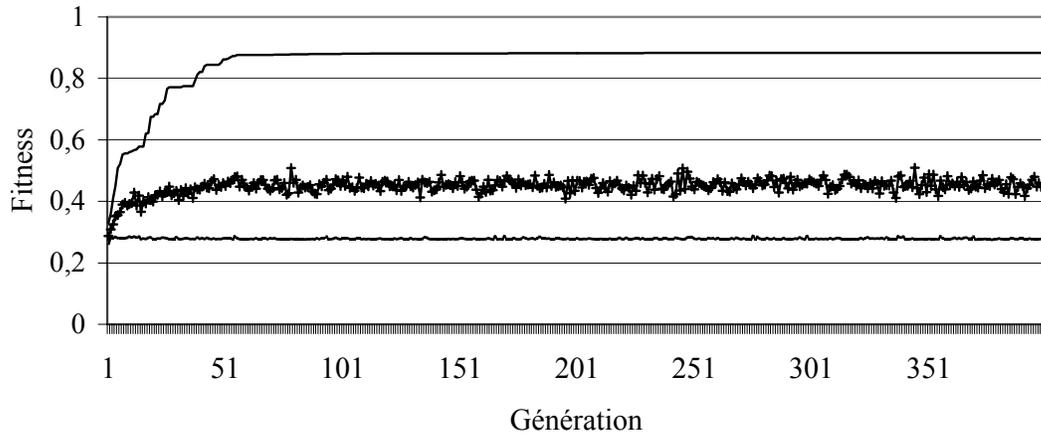


Figure 4. Evolution des performances d'une population pour des arrivées constantes



Fig. 4. Evolution des performances d'une population pour des arrivées constantes

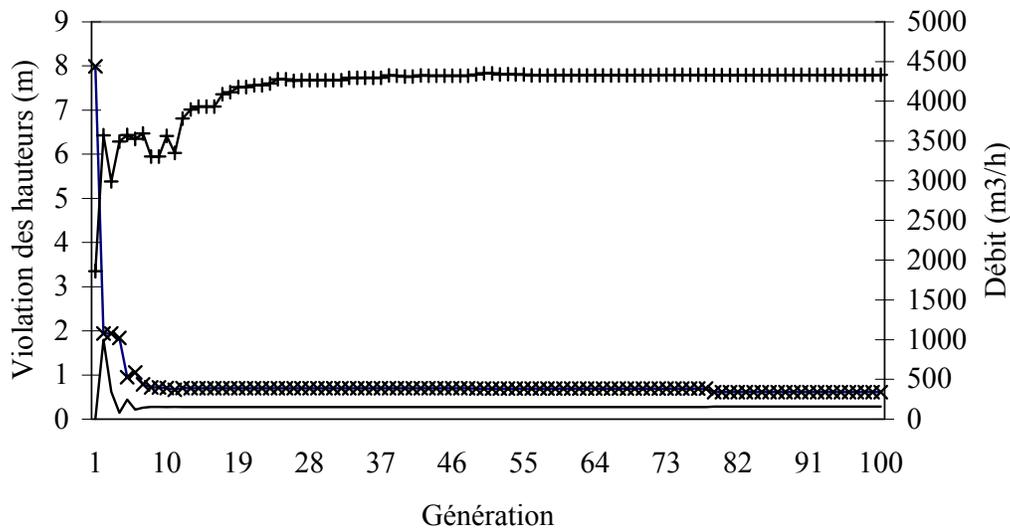


Figure 5. Débit maximal de la source et violations maximales des hauteurs d'eau admissibles



Fig. 5. Débit maximal de la source et violations maximales des hauteurs d'eau admissibles

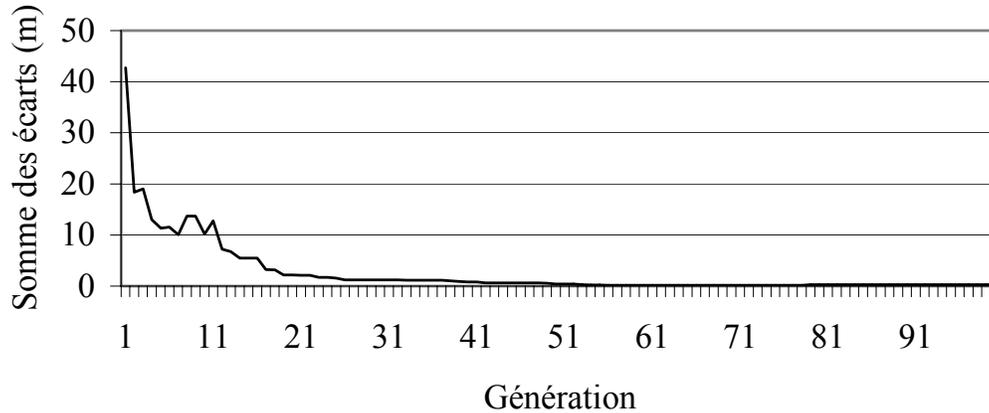


Fig. 6. Evolution de la somme des écarts des hauteurs d'eau en fin de cycle de distribution

Tableau 1. Performances des scénarios de régulation optimisés.

Heures d'Arrivées constantes	Nombre de paliers	Q_{\max} Adduction (m ³ /h)	Violation Max H_{\min} (m)	Violation Max H_{\max} (m)	$\sum \Delta H_f$ (m)	Fitness max
24	1	4337	0.59	0.289	0.208	0.884
12	2	4338	0.00	0.399	0.049	0.941
8	3	4353	0.00	0.318	0.013	0.947
6	4	4447	0.00	0.276	0.026	0.948

L'adoption de deux paliers pour les arrivées des réservoirs a permis l'annulation des violations des hauteurs minimales admissibles sans augmenter significativement le débit de pointe de la source. Ce scénario engendre également une violation des hauteurs maximales admissible égale à 0.4 m. L'utilisation de 3 ou 4 paliers d'arrivées annule les violations des hauteurs minimales admissibles et réduit celles des hauteurs maximales admissibles. En contre partie les scénarios présentant plus de deux paliers engendrent des débits de pointe dont l'importance augmente avec le nombre de paliers. La figure 7 présente les débits optimisés du système de distribution d'eau pour les quatre scénarios étudiés.

Initialement, le débit total du système a varié entre 2987 et 5283 m³/h, avec une moyenne de 4292 m³/h. La solution optimale, correspondante à deux paliers d'arrivées par réservoir, propose des consignes aux réservoirs permettant d'avoir un débit total stable au niveau de la source et un débit de pointe largement inférieur à celui enregistré. En effet, la source sera sollicitée par un débit qui varié entre 4330 et 4338 m³/heure, soit une réduction de 945 m³/h (17,9 %) sur le débit de pointe (Fig. 8). Si on considère une vitesse d'écoulement égale à 1 m/s, la réduction du débit de pointe de la source correspond à la capacité d'une conduite de diamètre nominal théorique égal à 578 mm.

CONCLUSIONS

Ce document a présenté un Algorithme évolutionnaire (AE) pour l'optimisation de la régulation sur les systèmes de distribution d'eau. Il a été réalisé dans un objectif de réduire les débits de pointe des sources, tout en satisfaisant les demandes et en respectant les conditions aux limites des ouvrages de stockage.

L'Algorithme évolutionnaire (AE) a été testé sur un système de distribution composé d'une source d'eau alimentant sept réservoirs à travers un réseau de transfert. L'exemple d'étude est une journée durant laquelle on a enregistré un volume journalier produit égal à 103000 m³. Le débit maximal

enregistré en adduction était de 5283 m³/h. Le modèle développé a permis de calculer les consignes optimales de régulation réduisant le débit maximal produit par la source de 17.9 %. Cette solution a permis aussi de respecter les contraintes du système et de garantir pour la source un régime de fonctionnement plus stable que la situation initiale. D'autre part, le modèle d'optimisation a montré que l'adoption d'une consigne constante introduit des violations importantes des hauteurs admissibles. C'est la consigne optimale calculée pour deux paliers d'arrivées qui a permis d'annuler les violations des hauteurs minimales admissibles de tous les réservoirs, sans apporter une augmentation significative sur le débit de pointe de la source. L'utilisation de consignes avec trois et quatre paliers réduit encore les violations des hauteurs admissibles mais augmente d'avantage le débit de pointe de la source.

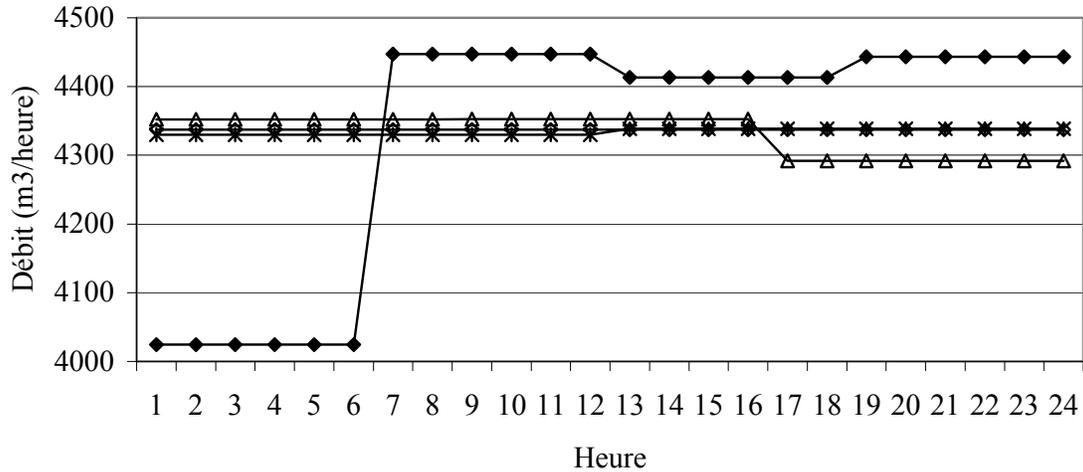


Figure 7. Débits produits par la source pour quatre scénarios optimisés



Fig. 7. Débits produits par la source pour quatre scénarios optimisés

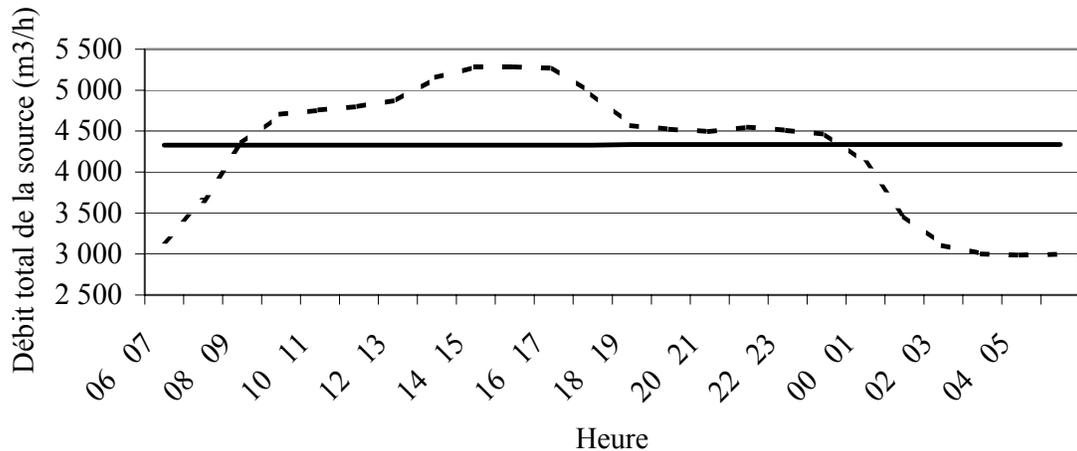


Figure 9. Débits enregistrés et proposés au niveau de la source



Fig. 8. Débits enregistrés et proposés au niveau de la source

La technique de calcul adoptée dans ce travail a permis d'utiliser le modèle avec efficacité pour le système de distribution d'eau étudié, sans contraintes de matériel ni de temps de calcul. En effet, moyennant un ordinateur personnel (PC), une application du modèle a nécessité quelques secondes pour traiter un exemple comportant 7 réservoirs, 100 individus et 300 générations, soit 30000 solutions évaluées et un minimum de 210000 arrivées traitées.

Le présent travail a montré que l'Algorithme évolutionnaire (AE) élaboré pour la gestion optimale des débits alimentant les réservoirs d'eau potable présente un intérêt hydraulique et économique. Il calcule des solutions optimales pour stabiliser les régimes de fonctionnement des sources et pour réduire les débits de pointe nécessaires pour un fonctionnement harmonieux de toutes les composantes d'un réseau de distribution d'eau à la demande. Ces solutions autorisent le gestionnaire à utiliser des équipements de puissances plus faibles et de retarder les investissements de réhabilitation.

BIBLIOGRAPHIE

- Back T., D. B. Fogel et T. Michalewicz (2000). *Evolutionary Computation 1: Basic algorithms and operators*. Institute of Physics Publishing, United Kingdom.
- Blanic R. (1971). Les besoins en eau des agglomérations urbaines et des industries. *Revue de l'industrie Minérale-Mines*, Novembre, 732-752.
- Deveaux R. et R. Giry (1977). Contribution à la connaissance des consommations moyennes et de pointe d'eau potable en milieu rural. *TSM*, Avril, 147-157.
- Divenot A. (1978). Température de l'air et demande en eau. *TSM*, Juillet, 391-396.
- Dreo J., A. Petrowski, P. Siarry et E. Taillard (2003). Métaheuresiques pour l'optimisation difficile : Recuit simulé, recherche avec tabous, algorithmes évolutionnaires et algorithmes génétiques, colonies de fourmis. Eyrolles, Paris.
- Goldberg D. E. (1991). *Genetic Algorithms*. Addison-Wesley.
- Guhl F. (1999). *Gestion optimale des réseaux d'eau potable*. Thèse en Mécanique. Université Louis Pasteur.
- Hrstka O. et A. Kucerova (2004). Improvements of real coded genetic algorithms based on differential operators preventing premature convergence. *Advances in Engineering Software*, 35, 237-246.
- Pelikan M., D. E. Goldberg et S. Tsutsui S. (2003). Getting the best of both worlds: Discrete and continuous genetic and evolutionary in concert. *Information Sciences*, 156, 147-171.
- Savic D. A. et Walters G.A. (1997). Genetic Algorithms for Least-cost Design of Water Distribution Networks. *ASCE Journal of Water Resources Planning and Management*, 123, 67-77.
- Tribut J. (1969). Détermination du débit de pointe à prendre en compte pour la desserte en eau potable de petits groupements de foyers. *TSM*, Octobre, 305-316.