

Modélisation de variables aléatoires : cas de la pluviométrie

Thabet C., Thabet B.

in

Zekri S. (ed.), Laajimi A. (ed.).
Agriculture, durabilité et environnement

Zaragoza : CIHEAM
Cahiers Options Méditerranéennes; n. 9

1995
pages 135-150

Article available on line / Article disponible en ligne à l'adresse :

<http://om.ciheam.org/article.php?IDPDF=96605587>

To cite this article / Pour citer cet article

Thabet C., Thabet B. **Modélisation de variables aléatoires : cas de la pluviométrie**. In : Zekri S. (ed.), Laajimi A. (ed.). *Agriculture, durabilité et environnement*. Zaragoza : CIHEAM, 1995. p. 135-150 (Cahiers Options Méditerranéennes; n. 9)



<http://www.ciheam.org/>
<http://om.ciheam.org/>

Modélisation de variables aléatoires : cas de la pluviométrie

C. THABET

DEPARTEMENT D'ECONOMIE RURALE
ECOLE SUPERIEURE D'HORTICULTURE
4042 CHOTT MARIEM, SOUSSE
TUNISIE

B. THABET

INSTITUT NATIONAL AGRONOMIQUE DE TUNIS
43, AVENUE CHARLES NICOLLE
1082 TUNIS
TUNISIE

RESUME - Le présent article offre un cadre conceptuel pour l'étude de la modélisation de variables aléatoires en vue de connaître leurs structures et de faire leurs prévisions. Une telle modélisation présente également plusieurs utilités indirectes dont une meilleure estimation des modèles économétriques impliquant des régresseurs stochastiques. L'illustration de ces concepts a porté sur la série de pluviométrie du gouvernorat du Kef. L'utilisation de cette variable climatique est due à l'intérêt particulier qu'elle présente tant pour le planificateur national qui, des prévisions sur cette variable, pourraient l'aider dans la gestion des ressources hydriques, qu'à l'agriculteur, en lui permettant une meilleure allocation de ses ressources. Deux méthodes ont été utilisées pour aborder ces questions. La première est plutôt explicative qui permet de voir d'une manière plus claire la structure de la pluviométrie en la décomposant en 4 composantes : la tendance, la saison, le cycle et la partie aléatoire. La deuxième méthode qui est celle des techniques ARIMA complète la première dans le sens où elle est plutôt prédictive permettant la mise en équation de la variable pluviométrie. A titre d'exemple d'utilisation indirecte des prédictions développées, le modèle ARIMA retenu, a été utilisé pour développer une variable instrumentale pour la pluviométrie ayant pour but d'expliquer la variabilité des rendements céréaliers. Les résultats obtenus par la première méthode, ont mis en évidence l'ampleur de la partie aléatoire, mais ont aussi dégagé des effets non négligeables des autres facteurs (tendance, saison, cycle). La deuxième méthode a pu confirmer l'hypothèse que l'utilisation de variables instrumentales (modèle ARIMA) permet d'améliorer l'estimation des modèles économétriques classiques.

Mots-clés : Séries chronologiques, pluviométrie, décomposition, ARIMA, prévisions.

SUMMARY - "Modelling of random variables: the case of rainfall". This research is an attempt to develop a conceptual framework for studying and modelling random variables in order to identify their analytical structures so as to provide adequate predictions of these variables. Such modelling can be useful in a number of instances. One of the uses of these models is to provide a better estimation of the causal econometric models involving stockastic regressors and the error term is likely to prevail. An illustration of these concepts was made on the basis of a time series of rainfall of the Kef region. The use of this climate variable is due to its twofold interests. Firstly, national planners use their forecast values to manage water resources. Secondly, it can be useful for better allocations of farmer's resources. Two methods were used to give some indications pertaining to these questions. The first one is mainly explicative in the sense that it provides a decomposition of the rainfall series structure into 4 components: trend, season, cycle and irregular factors. The second method used the ARIMA methodology and completes the first, in the sense that it develops a predictive tool for forecasting. The selected ARIMA model was used to develop an instrumental variable for the rainfall in the explanation of the variability in cereal yields in Tunisia. The results of the first method show the importance of the random part in the rainfall series. However, some non negligible components in series (trend, season,

cycle) were identified and quantified. The second method enabled us to confirm the hypothesis that the utilization of the instrumental variables (ARIMA models) could improve the specification of the classical econometric models.

Key words: *Time series, rainfall, decomposition, ARIMA, forecasting.*

Problématique

D'une façon générale, les variables aléatoires constituent des contraintes pouvant affecter soit directement ou indirectement la performance finale de l'agriculture. Elles limitent par leur nature les interventions des décideurs que ce soit sur le plan macro-économique ou micro-économique. En effet ces variables aléatoires peuvent entraîner un risque important lorsqu'il s'agit d'élaborer une stratégie dont la réalisation des objectifs dépend du comportement de ces dernières. D'où l'idée d'étudier et de comprendre le processus stochastique sous-jacent. En d'autres termes, l'étude du comportement passé se basant sur des enregistrements chronologiques de ces variables pourrait nous fournir un certain éclaircissement sur le comportement futur de ces dernières. Par conséquent, on pourrait aider les décideurs à élaborer leurs stratégies en leur offrant une possibilité de prévoir le risque en partie et par conséquent la réduction de ses effets.

La recherche de ces mécanismes revient à déterminer dans quelle mesure ces variables aléatoires sont strictement aléatoires. C'est-à-dire dans quel sens sont elles non prévisibles. En d'autres termes, existe-t-il des parties structurelles reconnaissables au sein de ces variables?

Souvent, les précipitations annuelles assurent une quantité d'eau globale qui peut couvrir les besoins des différentes cultures, mais c'est la répartition de cette eau durant la campagne agricole qui pose un problème (Zaïbet, 1988). Par conséquent, une compréhension de ce phénomène climatique pourrait au moins aider à programmer des interventions visant la stabilisation et l'augmentation des rendements.

C'est ainsi que les planificateurs sont devenus de plus en plus intéressés par l'estimation et la prévision de cette variable aléatoire dans la mesure où cette prévision pourrait les aider d'une part dans la gestion des ressources hydriques qui était depuis longtemps en tête de leur préoccupations et d'autre part pour mieux prévoir et ajuster les différentes interventions publiques au niveau du secteur agricole, notamment en matière d'importations et d'exportations. La prévision de la variabilité climatique ne manque pas d'intérêt pour l'agriculteur qui, pour lui, des informations sur ces variables aléatoires pourraient lui donner l'occasion de mieux ajuster l'efficacité productive de l'ensemble du patrimoine de son exploitation et probablement contribuer à améliorer son revenu. Une étude portant sur le comportement historique et la prévision de cette variable pourra aider l'agriculteur pour une meilleure allocation de ses ressources.

En plus de l'utilité directe de la connaissance du comportement de ces variables, des utilités indirectes existent aussi. En effet, l'explication et la prédiction de grandeurs économiques (production, surface, rendement, etc.) font souvent intervenir des

variables aléatoires fortement corrélées avec d'autres facteurs de gestion limitant ainsi la portée des résultats économétriques explicatifs. D'où la nécessité d'étudier séparément ces variables aléatoires afin de les mettre en équation pouvant décrire aussi fidèlement que possible leur comportement passé et les utiliser en tant que variables de remplacement par la suite dans des modèles économétriques explicatifs. Parmi les techniques de recherche de variables instrumentales, la théorie économétrique recommande de plus en plus l'usage de la méthodologie Box-Jenkins qui est supposée être la plus convenable lorsque l'objectif est d'élaborer des modèles pour une fin de prévision (Naylor et Seaks, 1972).

Pour mettre en application ces idées et concepts, un choix a été fait sur la pluviométrie en raison, d'une part de la disponibilité en informations sur des périodes assez longues et d'autre part de l'intérêt particulier qu'elle présente en agriculture. En effet, cette variable est caractérisée par une variabilité spatiale et temporelle affectant directement et indirectement le niveau des rendements des différentes spéculations agricoles. Toutefois, les décennies écoulées ont été caractérisées par une augmentation de la tendance dans les rendements céréaliers avec des fluctuations inter annuelles importantes (Table 1).

Table 1. Evolution décennale des superficies et des rendements céréaliers en Tunisie (1910-1989)

Année	Superficie (1000 ha)	Rendements (qx ha ⁻¹)
1910-19	1040,6	3,24
1919-29	1066,5	3,67
1929-39	1278,6	4,41
1939-49	1222,9	3,63
1949-59	1830,3	3,91
1959-69	1429,9	3,73
1969-79	1583,9	6,05
1979-89	1516,1	7,56

Source: Direction Générale de la Planification, du Développement et des Investissements Agricoles, Tunisie.

L'explication de cette variabilité a fait l'objet de divers travaux qui ont souvent rencontré certains problèmes.

Gdoura (1990) a rencontré des difficultés pour obtenir des estimations adéquates des paramètres de la fonction de production céréalière en raison des problèmes statistiques provenant de l'existence d'une variable aléatoire (pluviométrie) dans le modèle présentant de fortes corrélations avec les facteurs contrôlables. D'autres travaux (Gafsi, 1975) ont essayé d'estimer des fonctions de production en ne s'intéressant qu'aux paramètres correspondants aux différents facteurs de gestion, en se situant dans des régions comparables de point de vue climat, et ceci afin d'atténuer les problèmes statistiques rencontrés lors de l'estimation. Dans d'autres cas utilisant des séries chronologiques, la variable pluviométrique a été remplacée par une

composante binaire c'est-à-dire réduisant la variabilité climatique uniquement à deux états de nature possibles (Chtouka, 1984). Ceci conditionne évidemment le degré de fiabilité de l'information que l'on peut obtenir à partir de ces modèles économétriques. Devant ces problèmes, la théorie économétrique recommande de plus en plus l'usage de variables instrumentales permettant soit une meilleure estimation des modèles économétriques classiques soit une meilleure prévision de la pluviométrie et par conséquent des variables économiques (résultat agricole, etc.) ou les deux à la fois. Ainsi, nous pensons que l'explication de la variabilité céréalière mérite d'être approfondie pour mieux approcher l'usage de variables aléatoires telles que la pluviométrie en tant que variables potentiellement explicatives. Par conséquent, l'un des objectifs de ce travail est d'essayer de contribuer à une meilleure connaissance de la variabilité des rendements céréaliers et d'offrir une possibilité complémentaire de les prédire.

Ainsi, les objectifs du présent travail peuvent être résumés en trois points essentiels :

(i) Etudier dans quelle mesure la pluviométrie qui est considérée couramment comme variable purement aléatoire ne contient-elle pas des parties pouvant être prévisibles.

(ii) Mettre la série de pluviométrie en équation en vue de faire sa prévision.

(iii) Contribuer pour une meilleure estimation de la pluviométrie dans le modèle explicatif des rendements céréaliers.

Méthodologie et résultats

Atteindre ces objectifs, revient à chercher les outils convenables qui peuvent, répondre au mieux à ces préoccupations.

Décomposition de la série de pluviométrie du Kef

En ce qui concerne cette partie consacrée à la recherche de la structure de la pluviométrie en question, on va appliquer la méthode de décomposition multiplicative. Le choix de cette méthode a été fait en raison de la disponibilité de logiciels et de l'avantage qu'elle présente dans le fait qu'elle permet de voir de près la structure de la variable en question. Le principe général de cette méthode consiste en une décomposition de la série chronologique en 4 composantes à savoir : la tendance, la saison, le cycle et la partie aléatoire.

Le modèle correspondant à ce genre de situation est du type multiplicatif pouvant s'écrire comme suit :

$$P_t = TR_t * SN_t * CL_t * IR_t$$

avec : P_t est la pluviométrie au mois t ; TR_t est le facteur tendanciel ; SN_t est le facteur saisonnier ; CL_t est le facteur cyclique ; IR_t est la partie aléatoire ou irrégulière.

Il s'agit alors d'obtenir des estimations tr_t , snt , cl_t et irt respectivement des composantes TR_t , SNT , CL_t et IR_t de ce modèle.

La série de pluviométrie sur laquelle a porté l'outillage méthodologique est celle du Kef. C'est une série mensuelle s'étalant de 1957 jusqu'à 1985. La première étape consiste à estimer les facteurs saisonniers dans cette série moyennant un certain nombre d'opérations de calculs de moyennes mobiles.

Les résultats de l'estimation des facteurs saisonniers normalisés sont illustrés dans la Table 2.

Table 2. Estimation des facteurs saisonniers normalisés

Mois	snt
Septembre	0,716
Octobre	1,321
Novembre	1,002
Décembre	1,442
Janvier	1,452
Février	1,333
Mars	1,435
Avril	1,312
Mai	0,877
Juin	0,551
Juillet	0,161
Août	0,397
Total	11,999

Cette table montre deux aspects importants :

(i) Existence d'un effet saisonnier important au sein de la série de pluviométrie du Kef variant de 0,161 pour le mois de juillet à 1,452 pour le mois de janvier.

(ii) Sur une moyenne de 29 années, les mois les plus pluvieux sont ceux de : décembre, janvier et mars.

Par ailleurs, une fois les facteurs saisonniers estimés, la quantification de l'élément tendance devient possible. Ceci se fait en désaisonnant la série originale par le facteur saisonnier correspondant à chaque mois. La représentation graphique de la série ajustée pour la saison en fonction du temps ne montre pas de croissance ou de décroissance (Fig.1). C'est-à-dire que l'on peut considérer qu'approximativement, la tendance de la série est constante. Il s'agit alors d'estimer cette dernière par le recours à la méthode de régression. Les résultats obtenus par cette méthode ont confirmé ceux de l'analyse graphique en situant la tendance à un voisinage de 56,47 mm. Résultat confirmé par (Sakkis *et al.*, 1985) qui ont essayé de quantifier la tendance sur un bon nombre de stations pluviométriques de la Tunisie dont celle du Kef en utilisant d'autres méthodes : méthode graphique, moyennes mobiles, semi-moyennes et des moindres carrés.

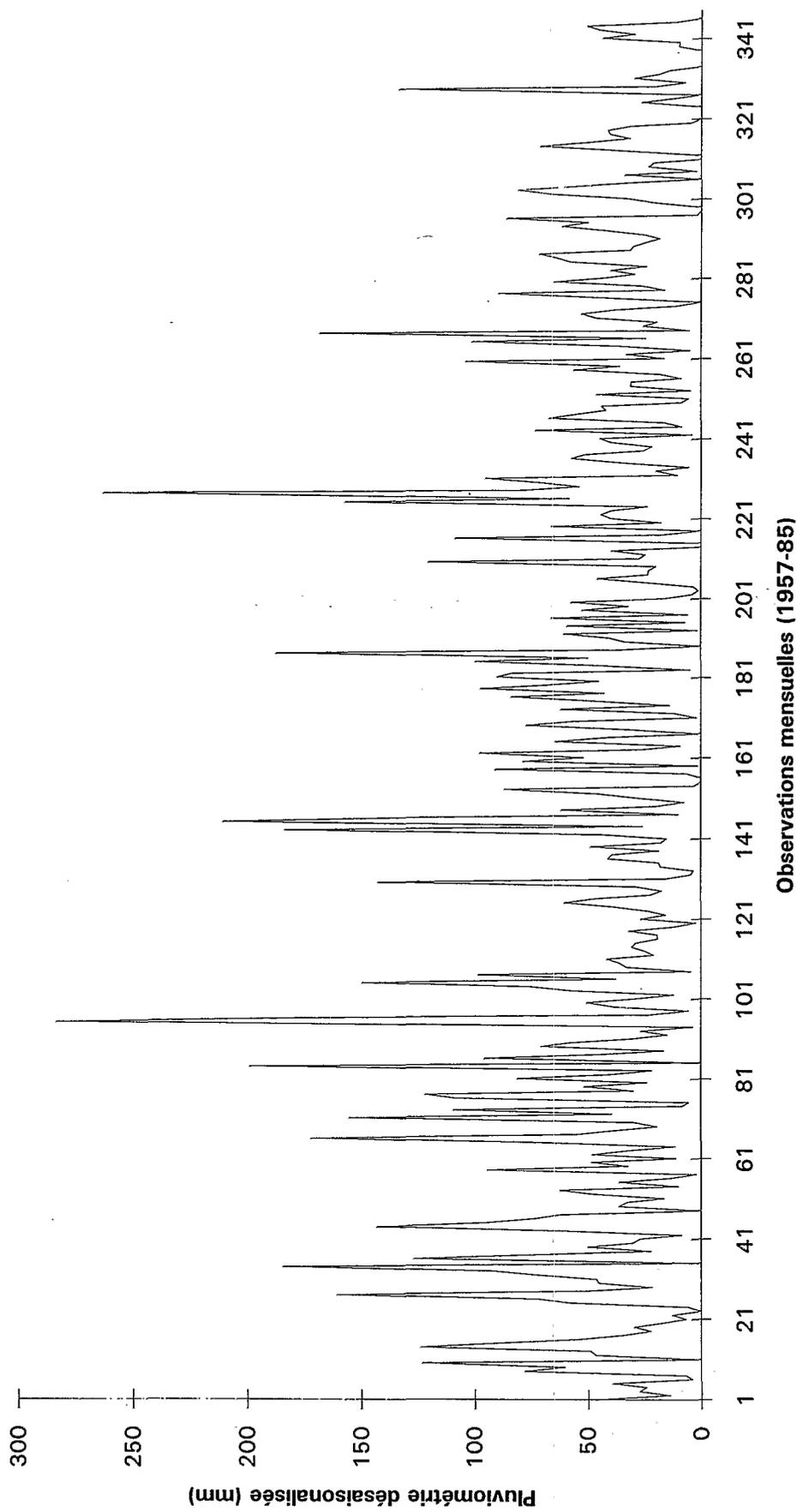


Fig. 1. Représentation graphique de la série pluviométrique ajustée pour la saison.

Quant à la quantification des facteurs cycliques, connaissant la tendance et les facteurs saisonniers, il est possible alors de les estimer moyennant des opérations de division et de calcul de moyennes mobiles. Les résultats de l'estimation des facteurs cycliques se trouvent à l'annexe.

Pour examiner l'existence de cycles dans la série de pluviométrie du Kef, on va procéder par deux méthodes. La première est graphique consistant à représenter les facteurs cycliques estimés en fonction du temps (Fig. 2). L'examen de ce graphique ne permet pas de mettre en évidence l'existence de cycles bien définis au sein de la série de pluviométrie du gouvernorat du Kef. La 2ème méthode consiste à établir une échelle à partir des valeurs des facteurs cycliques obtenus lors de la décomposition. Cette échelle est définie comme suit :

- clt > 1,2 : année très pluvieuse
- 0,8 < clt < 1,2 : année pluvieuse
- 0,6 < clt < 0,8 : année à pluviosité moyenne
- 0,4 < clt < 0,6 : année sèche
- clt < 0,4 : année très sèche

Cette échelle nous a permis de construire la Table 3.

Table 3. Appréciation qualitative de la pluviométrie annuelle (1957-85)

Année	Caractéristique	Année	Caractéristique	Année	Caractéristique
1957	-	1967	très sèche	1977	moyenne
1958	pluvieuse	1968	sèche	1978	sèche
1959	moyenne	1969	pluvieuse	1979	moyenne
1960	très pluvieuse	1970	sèche	1980	moyenne
1961	moyenne	1971	sèche	1981	moyenne
1962	moyenne	1972	très pluvieuse	1982	sèche
1963	très pluvieuse	1973	moyenne	1983	sèche
1964	très pluvieuse	1974	sèche	1984	très sèche
1965	très pluvieuse	1975	moyenne	1985	très sèche
1966	moyenne	1976	très pluvieuse		

L'examen de cette table montre que la variation inter annuelle de la pluviométrie est très importante et qu'il n'existe pas de cyclicité claire sur la base des enregistrements pluviométriques de la station du Kef. Toutefois, ces résultats confirment ceux obtenus par (Nkoghe, 1982) qui a essayé d'étudier le facteur cyclique sous un angle différent, en appliquant les tests de Kiveliovitch sur plusieurs stations pluviométriques de la Tunisie dont celle du Kef. Ces résultats, n'ont pas mis en évidence de cycles dans la série du Kef objet de notre étude.

Une fois le comportement de base de cette série est décomposé, un calcul des résidus entre la pluviométrie estimée par le modèle multiplicatif et celle correspondante à la série originale a révélé l'ampleur de la partie aléatoire.

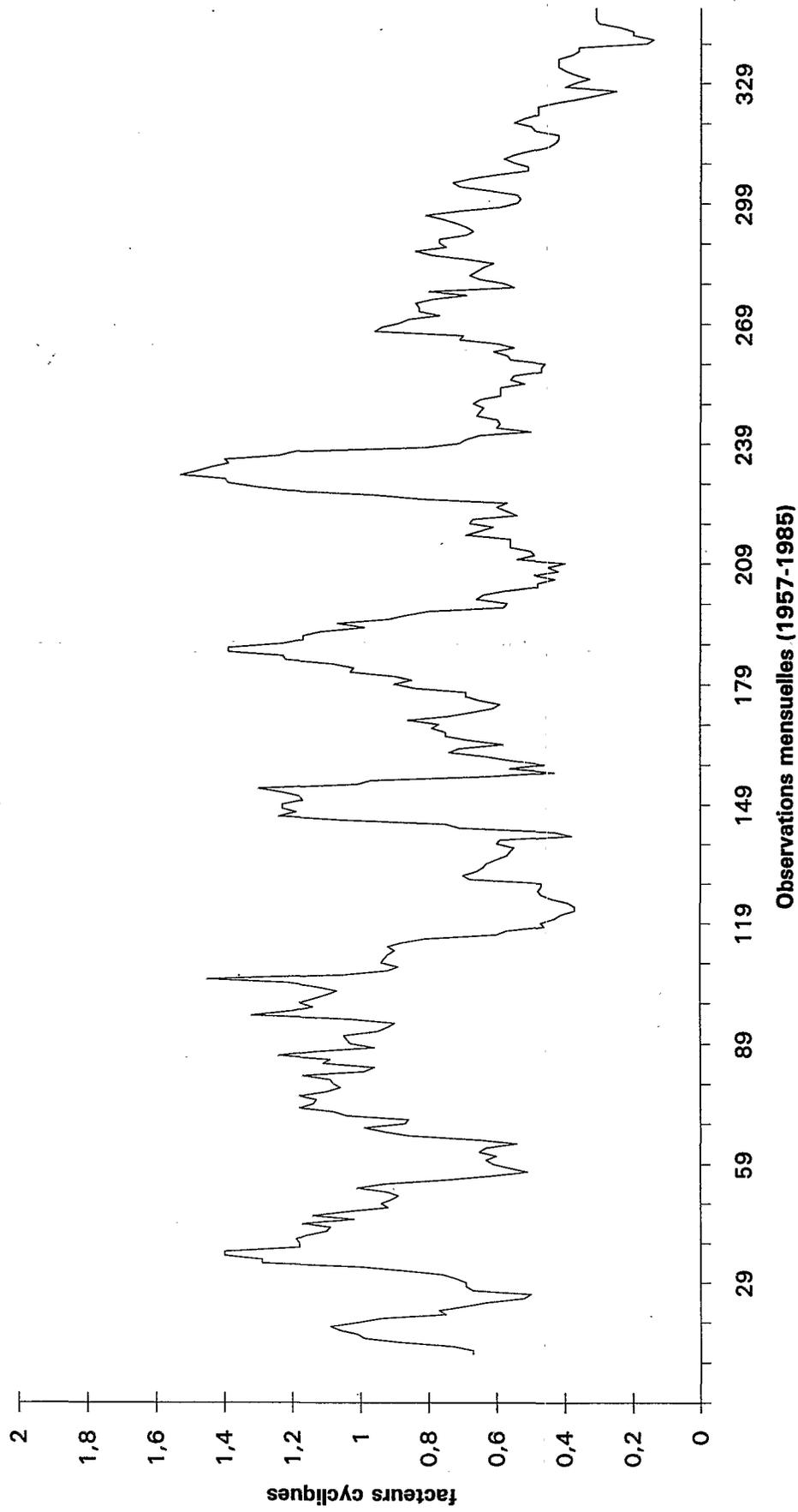


Fig. 2. Représentation graphique des facteurs cycliques en fonction du temps.

Conclusion

(i) On peut dire que la pluviométrie n'est pas totalement aléatoire et que sa structure présente des composantes reconnaissables et quantifiables réduisant ainsi son degré de stochasticité.

(ii) De même, la décomposition de la série a révélé l'ampleur de la partie aléatoire dans le sens qu'il existe une grande variabilité de la partie prévisible d'un mois à l'autre de la série.

Application de la méthodologie ARIMA

Concernant la mise en équation de la série de pluviométrie, la littérature économétrique recommande l'usage de certaines méthodologies comme celle de Box-Jenkins lorsque l'objectif est de faire la prévision de variables aléatoires. Toutefois, il convient de définir cette méthodologie et de présenter brièvement l'avantage qu'elle présente par rapport aux techniques économétriques classiques en matière de précision des prévisions.

D'une façon générale, les modèles élaborés par les techniques économétriques classiques sont appelés des modèles structurels par opposition à ceux obtenus par la méthode Box-Jenkins appelés modèles non structurels. En effet, les modèles structurels sont ceux pour lesquels des variables à expliquer sont exprimées en fonction d'autres variables explicatives alors que pour les modèles non structurels, ils ne tiennent pas compte de l'influence des variables explicatives sur les variables à expliquer et donc qui n'émanent pas de la théorie économique reflétant une logique de causalité explicite. Cependant, dans ce cas, le problème revient à chercher le processus stochastique qui a pu générer les observations de la série chronologique en question.

La supériorité théorique en matière de précision de la prévision de la méthodologie Box-Jenkins par rapport aux méthodes économétriques classiques peut être justifiée comme suit : du moment que l'utilisation de l'approche de régression pour faire la prévision suppose que les observations de la série en question sont statistiquement indépendantes ou non corrélées les unes aux autres, lorsqu'on a à faire à des observations qui sont dépendantes ou corrélées les unes aux autres, la méthodologie Box-Jenkins, utilise cette dépendance pour générer le processus stochastique de cette variable pour produire des prévisions qui peuvent être plus précises que celles obtenus par les autres méthodes.

Par ailleurs, la méthodologie Box-Jenkins est basée sur un processus itératif devant se faire en 4 étapes à savoir : (i) identification du modèle ; (ii) estimation des paramètres du modèle ; (iii) diagnostic de vérification ; (iv) prévision.

Avant de passer au développement de ces étapes, il convient de rappeler que l'usage de cette méthodologie, exige la stationnarité des séries chronologiques à étudier. Cette condition signifie que la moyenne de la série et sa variabilité doivent être finies et constantes. En d'autres termes, l'hypothèse de stationnarité est équivalente à supposer que le mécanisme générateur du processus est invariant dans

le temps. Ce qui est nécessaire pour pouvoir formuler certaines bases théoriques (Granger et Newbold, 1977). Si la série originale n'est pas stationnaire en moyenne, il faut procéder par des calculs de différences simples ou saisonnières afin d'induire sa stationnarisation, si la série n'est pas stationnaire en variance, il faudra la transformer en logarithmes. Dans le cas de la série de pluviométrie du Kef, la différence saisonnière d'ordre 12 a pu rendre la série stationnaire.

Identification

Les outils de base utilisés dans cette étape sont la fonction d'auto-corrélation et la fonction d'auto-corrélation partielle qui expriment les différentes corrélations pouvant exister entre les observations de la série chronologique en question. Toutefois, l'auto-corrélation entre deux observations séparées de k périodes reflète le degré de corrélation entre cette paire d'observations dans la série chronologique séparés par un retard de k unités de temps. Alors que l'auto-corrélation partielle est défini comme étant l'auto-corrélation entre n'importe quelle paire d'observations séparés par un retard de k unités de temps élimination faite des effets des observations intermédiaires.

L'idée centrale de l'identification consiste en la détermination de l'allure ou comportement des fonctions d'auto-corrélation et d'auto-corrélation partielle de la série chronologique stationnaire par comparaison à des comportements théoriques communs de fonctions d'auto-corrélation et d'auto-corrélation partielle de modèles stationnaires. Cette comparaison se fait dans le but d'identifier et d'assimiler les modèles qui se rapprochent le plus de point de vue caractéristiques (fonction d'auto-corrélation et d'auto-corrélation partielle de la série en question).

L'examen de la Fig. 3 montre les faits suivants :

(i) La fonction d'auto-corrélation présente un coefficient significatif au retard d'ordre 12 ($t=13,64$). Au delà de ce retard, toutes les auto-corrélations sont supposées nulles. On remarque aussi la présence d'une auto-corrélation assez significative au niveau du retard d'ordre 1. Quant à la fonction d'auto-corrélation partielle, on suppose qu'elle décroît au niveau des retards saisonniers avec des auto-corrélations significatives pour les retards 12, 24, 36 et 48.

(ii) On peut supposer aussi que la fonction d'auto-corrélation décroît rapidement avec des auto-corrélations assez significatives au niveau des faibles retards : 1 et 8 avec un test de signification t qui prend respectivement les valeurs 4, 18 et 2. En ce qui concerne la fonction d'auto-corrélation partielle, en ignorant les retards saisonniers 12, 24, 36 et 48, il y a présence d'un coefficient significatif au premier retard.

A partir de ces comportements, on a pu identifier 4 types de modèles pouvant décrire le comportement de la série de pluviométrie du Kef. Ces modèles se présentent comme suit avec les différents opérateurs correspondants :

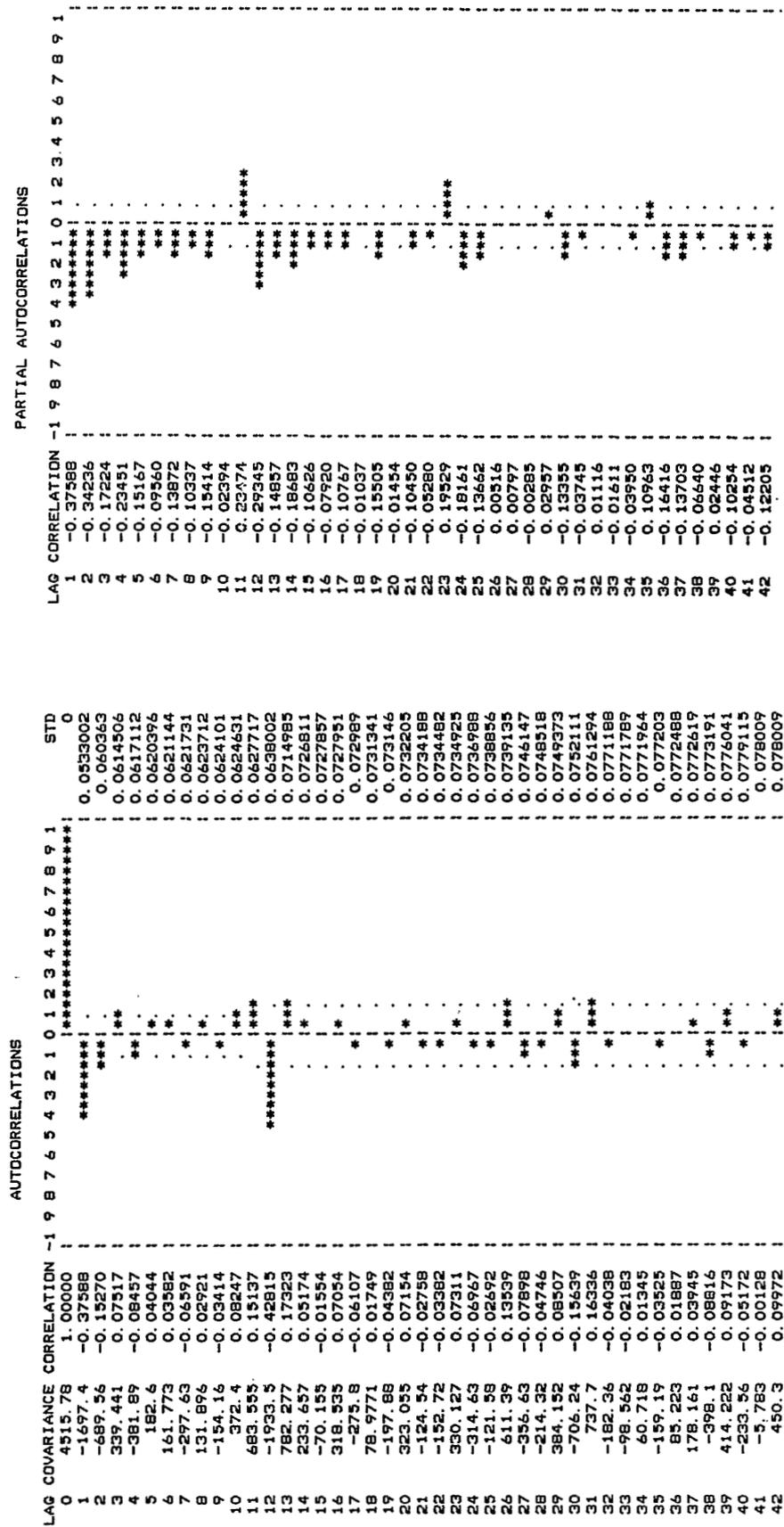


Fig. 3. Autocorrélations et autocorrélations partielles.

Modèle 1 :

$$\text{équation : } P_t = \delta + P_{t-12} - \theta_{1,12}\varepsilon_{t-12} + \varepsilon_t \quad (1)$$

- opérateur saisonnier à moyenne mobile d'ordre 12

Modèle 2 :

$$\text{équation : } P_t = \delta + P_{t-12} - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_{1,12}\varepsilon_{t-12} + \theta_{1,12}\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

- opérateur saisonnier à moyenne mobile d'ordre 12
 - opérateur non saisonnier à moyenne mobile d'ordre 1

Modèle 3 :

$$\text{équation : } P_t = \delta + P_{t-12} - \Phi_1(P_{t-1} - P_{t-13}) - \theta_{1,12}\varepsilon_{t-12} + \varepsilon_t \quad (3)$$

- opérateur saisonnier à moyenne mobile d'ordre 12

Modèle 4 :

$$\text{équation : } P_t = \delta + P_{t-12} - \Phi_1(P_{t-1} - P_{t-13}) - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_{1,12}\varepsilon_{t-12} + \theta_{1,12}\theta_1\varepsilon_{t-13} + \varepsilon_t \quad (4)$$

- opérateur saisonnier à moyenne mobile d'ordre 12
 - opérateur non saisonnier à moyenne mobile d'ordre 1
 - opérateur non saisonnier auto régressif d'ordre 1

Estimation des paramètres du modèle

Il s'agira alors d'estimer les différents paramètres de ces modèles et de vérifier leurs performances en vue de choisir celui qui pourrait mieux traduire le comportement de la série de pluviométrie du Kef. Dans notre cas, on a utilisé le logiciel SAS.

Diagnostic de vérification

Il est important de réaliser cette étape afin de vérifier et de s'assurer de la performance des modèles retenus dans l'étape d'identification et au besoin suggérer certaines améliorations. L'outil utilisé est le test de Box-Pierce (Q) qui permet de tester l'auto corrélation des résidus. Cette grandeur Q est donnée par la formule suivante :

$$Q = (n-d) \sum_l r_l^2(\varepsilon) \quad \text{avec } l=1,\dots,k \quad (5)$$

où : n est le nombre d'observations dans la série chronologique originale ; d est l'ordre de différence retenu pour transformer la série chronologique de départ en une série stationnaire ; $r_1(\varepsilon)$ est l'auto corrélation des résidus séparés par un retard de l périodes.

Le processus de modélisation suppose la prise en compte des relations entre les différentes observations. Si le processus tient compte de ces relations, les résidus doivent être réduits et par conséquent le test de Box-Pierce doit prendre des valeurs faibles.

Les résultats du diagnostic de vérification des modèles envisagés ont permis de dégager qu'il n'y a que le modèle 3 et 4 qui présentent des valeurs du test de Box-pierce assez proches de celles théoriques. Afin de sélectionner parmi ces deux modèles celui qui pourrait être le plus adéquat, on a utilisé deux méthodes. La première est celle de la régression en considérant la pluviométrie observée en fonction de la pluviométrie estimée par ces deux modèles, la 2^{ème} est une méthode graphique utilisée pour visualiser l'écartement entre la pluviométrie observée et celle estimée par les deux modèles ARIMA 3 et 4. L'application de ces deux méthodes a montré que le modèle 4 peut probablement être le meilleur pour décrire le comportement passé de la série de pluviométrie du gouvernorat du Kef. l'équation théorique et estimée de ce modèle se présentent comme suit :

équation théorique du modèle :

$$P_t = \delta + P_{t-12} - \Phi_1(P_{t-1} - P_{t-13}) - \theta_1\varepsilon_{t-1} - \theta_{1,12}\varepsilon_{t-12} + \theta_{1,12}\theta_1\varepsilon_{t-13} + \varepsilon_t \quad (6)$$

équation du modèle estimée :

$$P_t = - 0.345 + P_{t-12} - 0.156(P_{t-1} - P_{t-13}) + 0.051 \varepsilon_{t-1} - 0.806 \varepsilon_{t-12} - 0.041 \varepsilon_{t-13} + \varepsilon_t \quad (7)$$

Autres applications de la méthodologie

Dans cette partie, on va illustrer une des utilisations indirectes de la modélisation de la pluviométrie par la méthodologie ARIMA. L'idée est de vérifier l'hypothèse avancée dans la problématique de ce travail qui se résume principalement par le fait que la connaissance du comportement de la pluviométrie dans le passé pourrait mieux aider à comprendre et prédire la variabilité dans les rendements. Pour cela, on a utilisé le modèle explicatif des rendements en blé dur retenu dans le mémoire de Nedri (1990) comme étant celui qui pourrait le mieux expliquer la variabilité dans les rendements. Ce modèle se présente comme suit :

$$R = \alpha + \beta_1 P_d + \beta_2 P_m + \beta_3 P_a + \beta_4 D + \mu \quad (8)$$

où : R est le rendement en blé dur ; α est la constante ; P_d , P_m , P_a sont les pluviométries correspondantes aux mois de décembre, mars et avril ; β_1 , β_2 , β_3 et β_4 sont les coefficients de régression ; D est la variable dummy utilisée pour séparer deux périodes (jusqu'à 1962 caractérisée par des faibles rendements, et de 1962 à 1985 marquée par des rendements croissants) ; μ est le terme d'erreur.

Un premier travail de régression a été effectué en remplaçant uniquement les valeurs observées de la pluviométrie de décembre, mars et avril (1957-85) par celles estimées par le modèle ARIMA retenu. Les résultats obtenus ont révélé des faibles valeurs des coefficients de régression et des tests de student correspondants à chaque variable explicative (Table 4). A notre sens, ces résultats peuvent être dus essentiellement aux problèmes de corrélation pouvant exister entre les différentes variables explicatives. Pour remédier à ce genre de problèmes, on a envisagé 4 autres types de modèles. Ces modèles se résument comme suit:

$$\text{Modèle 1 : } R = \alpha + \beta P_{tse} + D + \mu \quad (9)$$

$$\text{Modèle 2 : } R = \alpha + \beta_1 (P_{de}/P_{tse}) + \beta_2 (P_{me}/P_{tse}) + \beta_3 (P_{ae}/P_{tse}) + D + \mu \quad (10)$$

$$\text{Modèle 3 : } R = \alpha + \beta P_{te} + D + \mu \quad (11)$$

$$\text{Modèle 4 : } R = \alpha + \beta P_t + D + \mu \quad (12)$$

où : R est le rendement en blé dur ; α est la constante ; β_1 , β_2 , β_3 et β_4 sont les coefficients de régression ; D est la variable dummy ; μ est le terme d'erreur ; P_{tse} est la somme des pluviométries du mois de décembre, mars et avril estimées par le modèle ARIMA ; P_{de} , P_{me} et P_{ae} sont les pluviométries estimées par le modèle ARIMA correspondants aux mois de décembre, mars et avril ; P_{te} est la pluviométrie au cours du cycle du blé dur (d'octobre à mai) estimée à partir du modèle ARIMA retenu ; P_t est la pluviométrie observée au mois t.

Les résultats de l'estimation des paramètres correspondants à chaque modèle sont illustrés dans la Table 4. Ces résultats montrent une nette amélioration par rapport à la situation précédente. Ce qui signifie que les modèles dont les variables explicatives sont estimées par le modèle ARIMA expliquent mieux la variabilité des rendements en blé dur que ceux qui utilisent la pluviométrie observée comme variable explicative. Ainsi, ces résultats viennent pour confirmer l'hypothèse que la connaissance du comportement passé de la pluviométrie à travers sa mise en équation peut permettre une meilleure explication et prédiction de la variabilité dans les rendements en blé dur.

Conclusion générale

Ce travail présente un intérêt particulier dans le fait que les techniques qu'il utilise (décomposition de séries chronologiques, techniques ARIMA) peuvent être appliquées pour toute autre variable aléatoire.

Quant à la série de pluviométrie du Kef sur laquelle a porté l'outillage méthodologique, les principaux résultats peuvent être résumés comme suit :

(i) L'application de la méthode de décomposition multiplicative a révélée l'ampleur de la partie aléatoire en confirmant le caractère exogène communément admis à propos de cette variable. Cependant, on a pu identifier des composantes reconnaissables non négligeables à savoir : la tendance, la saison et le cycle.

Table 4. Résultats de la régression pour les 4 types de modèles envisagés

	Variables explicatives										Constante R ²	R ² ajusté		
	Ptse	Pde/Ptse	Pme/Ptse	Pae/Ptse	Ptse	Pt	D							
Modèle 1	Coef.	0,0233									0,2903	0,6426	0,4012	0,355
	T	2,36					3,1592				6,43			
Modèle 2	Coef.		0,0135	0,0174	0,0119						0,3621	0,4852	0,4324	0,338
	T		2,14	2,19	1,86						3,1995	3,84		
Modèle 3	Coef.							0,0197			0,2872	0,7753	0,3982	0,352
	T							2,21			2,96	6,14		
Modèle 4	Coef.									0,0108	0,3115	0,6065	0,3752	0,327
	T									1,97	3,2805	5,91		

(ii) La modélisation de la pluviométrie par le recours aux techniques ARIMA a présenté des difficultés dans le fait que les critères statistiques caractérisant la performance des différents modèles envisagés sont discutables en raison probablement de la dimension strictement aléatoire de la variable en question.

(iii) L'utilisation du modèle ARIMA développé pour la série de pluviométrie comme variable de remplacement dans le modèle explicatif des rendements céréaliers a permis de mieux expliquer la variabilité de ces derniers.

Références

- Chtouka, T. (1984). *Etude de la décision céréalière (cas de la Tunisie)*. Mémoire de D.E.A., Faculté de droits et des sciences économiques de Tunis, Tunisie.
- Gafsi, S. (1975). *Green revolution : the Tunisian experience*. Thèse doctorale, Minnesota University, USA.
- Granger, N. (1977). *Forecasting economic time series*. Academic Press, USA.
- Gdoura, M. (1990). *Prise en compte de variables climatiques dans l'explication de la variabilité des rendements de cultures céréalières : cas de fermes de l'O.T.D.* Mémoire de fin du cycle de spécialisation, Institut National Agronomique de Tunis, Tunisie.
- Nkoghe, A. (1982). *Recherche de cycles dans les pluies annuelles de la Tunisie*. Mémoire d'étude, Institut National de la Météorologie, Tunisie.
- Nedri, M. (1990). *Essai de modélisation des besoins hydriques du blé dur dans la région semi-aride du Kef-Siliana*. Mémoire de fin du cycle de spécialisation, Institut National Agronomique de Tunis, Tunisie.
- Sakkis, N., Ben Brahim, A. et Kerkeni, H. (1985). *Recherche de tendances dans les séries pluviométriques en Tunisie*. Mémoire d'étude, Institut National de la Météorologie, Tunisie.
- Naylor, T. et Seaks, T. (1972). Box-Jenkins methods : an alternative to econometric models. *Stat. rev.*, pp. 123-127.
- Zaïbet, L. (1988). *Mesure de substitution entre facteurs de production en agriculture*. Mémoire de fin du cycle de spécialisation, Institut National Agronomique de Tunis, Tunisie.