

Exemples d'applications de l'automatique à l'halieutique

Touzeau S., Gouzé J.-L.

in

Leonart J. (ed.).
Dynamique des populations marines

Zaragoza : CIHEAM
Cahiers Options Méditerranéennes; n. 35

1998
pages 119-133

Article available on line / Article disponible en ligne à l'adresse :

<http://om.ciheam.org/article.php?IDPDF=98606251>

To cite this article / Pour citer cet article

Touzeau S., Gouzé J.-L. **Exemples d'applications de l'automatique à l'halieutique**. In : Leonart J. (ed.). *Dynamique des populations marines*. Zaragoza : CIHEAM, 1998. p. 119-133 (Cahiers Options Méditerranéennes; n. 35)



<http://www.ciheam.org/>
<http://om.ciheam.org/>

Exemples d'applications de l'automatique à l'halieutique

S. Touzeau et J.-L. Gouzé

Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA) - Projet Comore,
B.P. 93, 06902 Sophia Antipolis Cedex, France

RESUME - Cet article a pour but de présenter quelques outils issus de l'automatique, appliqués à la résolution de problèmes dans un contexte halieutique. Ces outils sont introduits par le biais d'exemples simples, regroupés autour des thèmes suivants : modélisation, identification et contrôle. Chaque exemple illustre l'un de ces thèmes, étudié sur un système dynamique "pêcherie".

Mots-clés : Automatique, contrôle, modélisation, théorie des systèmes, systèmes dynamiques, halieutique.

SUMMARY - "Some examples of application of the control and system theory to the management of fisheries". The goal of this article is to present some tools stemming from the control and system theory, which are applied to the resolution of problems in a fisheries management context. These tools are introduced thanks to several simple examples, which are grouped according to the following themes: modelling, identification and control. Each example illustrates one of these themes, studied on a "fishery" dynamic system.

Key words: Automation, control, modelling, system theory, dynamic systems, fisheries management.

Introduction

Problématique

Dans cet article, nous voulons montrer comment appliquer à des questions halieutiques des outils de l'automatique, et ce essentiellement par le biais d'exemples. Nous présentons là une approche d'automaticiens face à quelques problèmes simples issus des pêcheries.

Ces deux disciplines, l'automatique et l'halieutique sont rarement associées. Cet effort d'interdisciplinarité s'inscrit dans le cadre du GdR CNRS 1107 du Programme Environnement - Comité MMT (Méthodes Modèles et Théories) : *Outils et Modèles de l'Automatique dans l'Etude de la Dynamique des Ecosystèmes et du Contrôle des Ressources renouvelables*, qui réunit biologistes, automaticiens et mathématiciens de divers organismes de recherche en France.

Notre projet (COMORE-INRIA Sophia Antipolis) porte sur le *CONtrôle et la MOdélisation de REssources renouvelables*. Il entretient, via ce GdR, des contacts particuliers avec le *Laboratoire MAERHA* de l'IFREMER Nantes (Dominique Pelletier) et le *Laboratoire d'Ecologie du Plancton* de la Station Zoologique de Villefranche/mer (Antoine Sciandra).

Présentation générale

L'orientation de cet article étant une présentation d'outils d'automaticiens à des biologistes et des halieutes, sont exposées dans cette section quelques notions de base en automatique. Afin d'explicitier ces notions, elles sont ensuite appliquées dans un contexte halieutique. Pour plus de détails, on peut se reporter à la littérature relative à ce domaine (Kwakernaak et Sivan, 1972 ; Faurre et Robin, 1984 ; Beltrami, 1987 ; d'Andréa-Novel et Cohen de Lara, 1994) ou à l'application en biologie des systèmes dynamiques (Pavé, 1994).

Automatique

L'automatique peut-être définie comme la science qui étudie le fonctionnement des systèmes. Elle comprend la théorie du contrôle et des systèmes dynamiques.

Un système au sens automatique est isolé du monde extérieur. Les éléments qui le constituent sont organisés, interagissent entre eux et sont dynamiques. On décrit un système à l'aide de variables qui traduisent cette organisation. On le représente usuellement par un schéma-bloc (Fig. 1). Les variables décrivant le système sont les entrées, les sorties et, dans l'approche d'état (que nous employons tout au long de cet article), les variables d'état (appelées aussi variables internes).

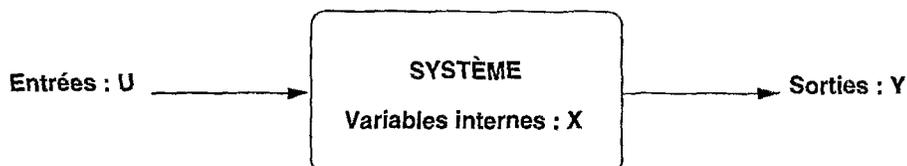


Fig. 1. Schéma-bloc d'un système automatique.

Les *variables internes* (= vecteur \underline{X}) caractérisent l'état du système et ne sont généralement pas accessibles ; on doit souvent se contenter de les estimer. Les *entrées* (= vecteur \underline{U}) sont, de manière générale, maîtrisées ou connues et sont utilisées pour contrôler le système. Sinon, on les appelle plutôt des perturbations (bruits de mesure, etc.). Les *sorties* (= vecteur \underline{Y}) sont mesurées. Combinées avec la connaissance des entrées, elles permettent de reconstituer tout ou une partie de l'état du système.

Le modèle issu d'un système d'état a la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{d\underline{X}(t)}{dt} = \dot{\underline{X}}(t) = f(\underline{X}, \underline{U}(t), t) \\ \underline{Y}(t) = g(\underline{X}(t), \underline{U}(t), t) \end{cases}$$

A partir de ce modèle générique, on peut distinguer trois phases dans l'étude du système : la modélisation, l'identification, et le contrôle.

La *modélisation* consiste à donner la forme des fonctions f et g . Ces fonctions comportent des paramètres ; l'*identification* permet de déterminer les valeurs de ces paramètres.

Ensuite il est possible de *contrôler* le système, i.e., d'élaborer une loi d'entrée sur f , de manière à obtenir le comportement voulu. Il peut y avoir plusieurs façons pour atteindre ce but ; le contrôle optimal consiste à chercher la "meilleure" façon, au sens d'un critère donné, i.e., celle qui optimise ce critère. Si le contrôle dépend des autres variables du système, états ou sorties, c.-à-d. :

$$\underline{U} = \underline{U}(t, \underline{X}) \quad \text{ou} \quad \underline{U} = \underline{U}(t, \underline{Y})$$

on dit qu'il est en boucle fermée ou "feedback" ; sinon il s'agit d'un contrôle en boucle ouverte.

Système pêche

Le "système pêche" considéré dans cette section décrit le comportement d'un stock de poissons exploité. Le stock est représenté par son abondance X ; X est un vecteur si le stock est structuré en âge ou en stades. L'entrée naturelle sur ce système est l'effort de pêche : c'est ce qui est appliqué au stock et il est plus ou moins maîtrisable. Il en résulte des captures, que l'on peut mesurer et qui constituent les sorties du système (Fig. 2).

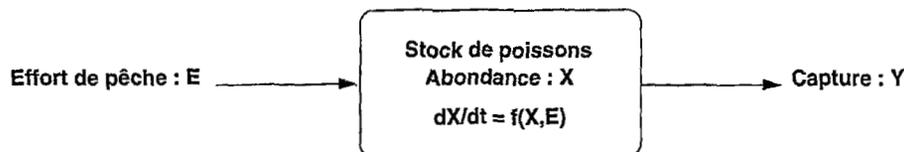


Fig. 2. Schéma d'un système pêche.

Exemple :

1^{ère} étape : modélisation.

On choisit le modèle de Schaefer pour déterminer les fonctions f et g .

$$\begin{cases} \dot{X} = rX\left(1 - \frac{X}{k}\right) - qEX \\ Y = qEX \end{cases}$$

2^{ème} étape : identification.

On identifie les paramètres r , k et q à partir par exemple de données efforts/captures issues de relevés de pêche.

3^{ème} étape : contrôle.

Cet exemple illustre le contrôle optimal. On choisit de maximiser les captures sur un horizon de 10 ans. Il faudrait poser le problème plus précisément avec ses contraintes pour se lancer dans une résolution précise. Mais cela consiste à pêcher à un niveau soutenable pendant les premiers temps, puis à la fin, à augmenter l'effort au maximum pour pêcher tout ce qu'il reste. On peut se reporter à l'ouvrage de Clark (1976) pour plus de détails.

Dans la suite de ce document, nous allons décrire plus en détails certaines applications que nous avons réalisées sur des systèmes halieutiques. Cette présentation sera articulée selon les 3 étapes décrites ci-dessus.

Modélisation

= Donner la forme des fonctions f (et g).

La modélisation mathématique, qui nous intéresse ici, est une étape de formalisation. Afin de pouvoir étudier un système donné, on lui substitue un *modèle dynamique mathématique*, qui est une représentation de l'évolution au cours du temps du système réel. Il est illusoire de vouloir prendre en compte tous les phénomènes agissant sur le système : un modèle aussi compliqué soit-il ne sera jamais qu'une substitution, pratique car manipulable, mais imparfaite de la réalité. La première étape est donc une étape de *choix et compromis* : choix des grandeurs intéressantes pour l'étude ultérieure du système et compromis entre la complexité du système et le nombre de phénomènes modélisés. La seconde étape consiste ensuite à *formaliser*, traduire ces phénomènes sous une forme mathématique (Pavé, 1994).

Les modèles classiques en halieutique sont répartis en deux grandes catégories (Laurec et Le Guen, 1981) : les modèles globaux, comme par exemple le modèle de Schaefer (1954), où l'ensemble du stock est agrégé en une seule variable ; et les modèles structuraux ou analytiques, qui scindent le stock en classes d'âge, *cohortes* ou plus généralement en *stades*, comme les modèles de Beverton-Holt (1957) et Ricker (1958). Ces modèles sont en temps continu ou discret et on peut leur intégrer des variables stochastiques.

Les modèles que nous utilisons sont le plus souvent des modèles déterministes (pas de variables stochastiques), en temps continu, formalisés par le biais d'un système d'équations différentielles. On pourrait raisonner en temps discret à peu près de la même façon.

Exemple de modélisation des pré-recrutés

Les modèles classiques en halieutique s'intéressent principalement à l'évolution temporelle des stocks de poissons (ou plus généralement de toute population marine exploitée). Un stock est une unité de gestion : il représente la fraction de la population *susceptible d'être exploitée* (Laurec et Le Guen, 1981). En sont écartés les individus trop jeunes et/ou trop petits (parfois aussi les individus trop âgés). L'entrée dans cette phase exploitable correspond au *recrutement*. Souvent donc, seule est représentée la dynamique du stock.

Il nous a semblé intéressant de représenter aussi la dynamique des pré-recrutés (oeufs, larves, juvéniles). Dans le modèle qui suit, nous nous sommes attachés à détailler les phénomènes intervenant avant le recrutement, alors que la dynamique du stock est très simple.

Présentation du modèle

Nous avons choisi de représenter le stock par un modèle structuré "classique" à n classes d'âge, en lui adjoignant un stade 0 regroupant les pré-recrutés (oeufs, larves, juvéniles). Plus précisément, il s'agit d'un modèle en temps continu de dimension $(n + 1)$, où chaque stade est décrit par l'évolution de son effectif X_i . Le choix du temps continu s'explique en partie par le fait que nous nous intéressons à la dynamique des juvéniles : cette dernière est rapide et demande donc un pas de temps petit, voire infiniment petit.

Au niveau des pré-recrutés, nous avons modélisé la ponte et des termes de mortalités spécifiques. Pour ces derniers, nous nous sommes inspirés des hypothèses utilisées par Ricker (1954) et Beverton et Holt (1957) pour élaborer leurs relations stock-recrutement. Soit, outre la mortalité linéaire naturelle, nous introduisons dans le modèle du cannibalisme parental (cf. Ricker) et de la compétition intra-juvénile pour la nourriture ou l'habitat (cf. Beverton-Holt). Ce dernier terme de compétition s'exprime par de la mortalité densito-dépendante. Ces mécanismes sont repris et décrits pour ces deux modèles stock-recrutement dans l'ouvrage de Clark (1976, pp. 217-218, 229-230) et de manière un peu plus synthétique par Hilborn et Walters (1992, pp. 257-261).

La dynamique du stock est elle très simplifiée : mortalité naturelle et pêche (Fig. 3).

Formalisation mathématique

$$\dot{X}_0(t) = \underbrace{-\alpha X_0(t)}_{\text{passage } \rightarrow 1} - \underbrace{m_0 X_0(t)}_{\text{mort. lin.}} + \underbrace{\sum_{i=1}^n f_i l_i X_i(t)}_{\text{ponte } i \rightarrow 0} - \underbrace{\sum_{i=1}^n p_i X_i(t) X_0(t)}_{\text{prédation de } i \rightarrow 0} - \underbrace{p_0 X_0(t)^2}_{\text{compétition}} \quad (1)$$

$$\dot{X}_i(t) = \underbrace{\alpha X_{i-1}(t)}_{\text{passage } i-1 \rightarrow i} - \underbrace{\alpha X_i(t)}_{\text{passage } i \rightarrow i+1} - \underbrace{m_i X_i(t)}_{\text{mort. nat.}} - \underbrace{q_i E X_i(t)}_{\text{pêche}} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2)$$

avec :	E	:	effort de pêche
	m_i	:	coefficient de mortalité naturelle
	q_i	:	capturabilité
	α	:	coefficient de passage linéaire
	p_0	:	paramètre de compétition juvénile
	f_i	:	taux de fécondité de la classe i
	l_i	:	efficacité reproductive de la classe i
	p_i	:	taux de prédation de la classe i sur la classe 0

Chaque stade i (0 à n) du stock est soumis à mortalité naturelle (m_i), mortalité par pêche ($q_i E$) et passage (α) dans la classe supérieure.

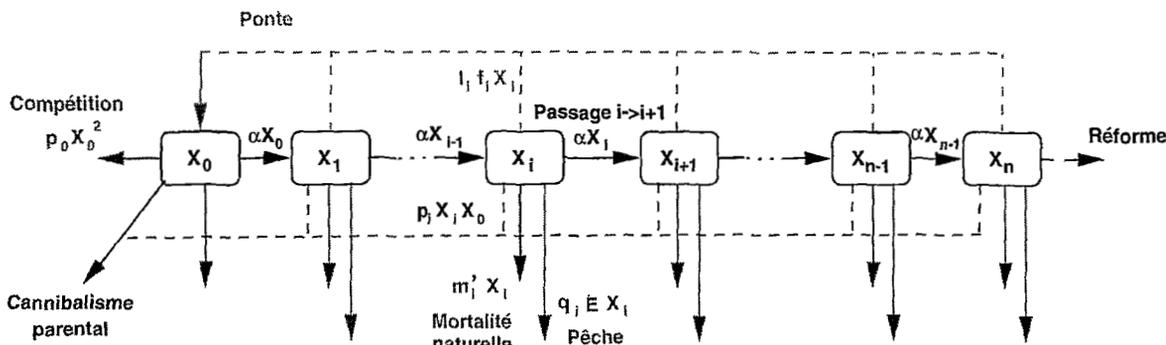


Fig. 3. Structure du modèle dynamique stock/pré-recrutés.

A ce modèle linéaire très simple, on greffe au niveau du stade pré-recruté 0 un terme de ponte, supposée continue, permettant de boucler le système, ainsi que des termes de mortalité spécifiques aux pré-recrutés.

Plus précisément, le nombre d'oeufs viables (par unité de temps) introduits dans le stade 0 est donné par la somme des $(f_i l_i X_i)$, où f_i est la proportion d'individus féconds, et l_i le nombre moyen d'oeufs viables émis par un tel individu. Les juvéniles sont aussi éventuellement soumis à de la prédation parentale du stade i ($p_i X_i X_0$) et de la compétition ($p_0 X_0^2$).

On peut remarquer que l'on pourrait aisément introduire un terme de pêche moins élémentaire sur ce modèle. La capturabilité q_i représente pour un poisson de la classe i la probabilité, par unité d'effort, d'être pêché pendant une unité de temps. On pourrait la rendre dépendante de l'engin de pêche : par exemple, en tenant compte des variations de vulnérabilité du poisson par rapport à l'engin choisi, en évaluant l'efficacité de l'engin, etc.

En outre l'effort de pêche, que l'on considère constant, pourrait très bien évoluer au cours du temps. Par exemple sous la forme d'un créneau de période un an pour tenir compte des saisons de pêche.

Exemple d'un système halieutique pêcheurs-stock

Nous considérons ici un système de pêcherie plus global, où l'on veut modéliser à la fois la dynamique du stock et celle des pêcheurs. Ces deux sous-systèmes sont décrits de manière assez grossière, car c'est ici le lien entre pêcheurs et stock qui nous intéresse. Nous allons considérer que les pêcheurs P sont représentés par leur effort global E et que le stock de poissons, d'abondance X n'est pas structuré (Fig. 4).

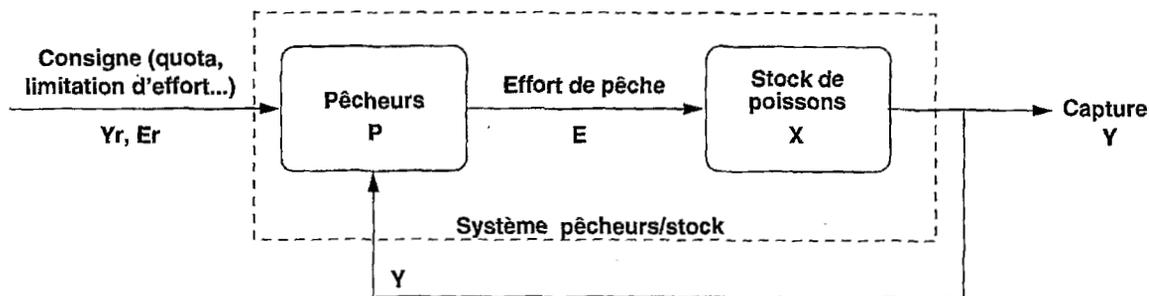


Fig. 4. Schéma d'un système halieutique "pêcheurs-stock".

Description du modèle

On peut décomposer le système global "pêcheurs-stock" en deux sous-systèmes. Sur le premier sous-système "pêcheurs", il y a : (i) deux entrées, la consigne quotas Y_r (ou limitation d'effort E_r) et les captures Y ; et (ii) une sortie égale à la variable d'état, l'effort de pêche E . Sur le second sous-système "stock", il y a : (i) une entrée, l'effort E ; (ii) une sortie, les captures Y ; et (iii) une variable d'état, l'abondance du stock X .

L'association de ces deux sous-systèmes donne un système global bouclé "pêcherie". Si l'on analyse ce système, il y a : (i) une entrée, la consigne quotas Y_r (ou limitation d'effort E_r) ; (ii) une sortie, les captures Y ; (iii) deux variables d'état, l'effort de pêche E et l'abondance du stock X ; et (iv) un bouclage de la sortie sur l'entrée.

Nous avons choisi de décrire l'évolution du stock par un modèle de Schaefer (1954), soit une croissance logistique, moins un terme de pêche proportionnel à la fois à l'abondance et à l'effort.

La dynamique des pêcheurs dérive aussi de ce modèle. Schaefer (1954) a introduit une variable pour décrire l'évolution temporelle de la pêcherie. Avec un seuil critique de niveau de population X_s , au-dessous duquel la pêcherie croissait et au-dessus duquel elle diminuait, faute de rentabilité. Avec nos notations, cela donne : $\dot{E} = kE(X - X_s)$. On peut remarquer que couplé avec la dynamique du stock, on obtient un système proie-prédateur (Murray, 1990).

Mais nous avons rajouté un terme supplémentaire à la dynamique de l'effort, afin de prendre en compte la consigne : limiter l'effort et les captures. Nous introduisons dans ce but un quota de pêche Y_r et une valeur limite de l'effort E_r qui sont des recommandations, issues par exemple d'instances gouvernementales. Elles ne sont pas suivies à la lettre, mais ont une influence sur le comportement des pêcheurs.

Formalisation mathématique

$$\begin{cases} \dot{E} = l_1(pY - cE) + l_2(Y_r - Y) + l_3(E_r - E) \\ \dot{X} = rX \left(1 - \frac{X}{k}\right) - qEX \\ Y = qEX \end{cases} \quad (3)$$

avec :	E	:	effort de pêche
	X	:	abondance du stock
	Y	:	captures
	p	:	prix de vente d'une unité de captures
	c	:	coût d'une unité d'effort/unité de temps
	Y_r	:	quotas sur les captures
	E_r	:	valeur de l'effort limite
	r	:	taux de croissance
	k	:	capacité biotique
	q	:	capturabilité
	l_1, l_2, l_3	:	coefficients de pondération des composantes de \dot{E}

Le comportement de la partie stock de ce modèle, i.e., le modèle de Schaefer, est décrit dans la littérature (Schaefer, 1954 ; Laurec et Le Guen, 1981).

On distingue trois composantes de la dynamique de l'effort, chacune pondérée par un poids l_i que l'on peut ajuster selon le type de comportement voulu. La première correspond à un critère de rentabilité et est similaire à celle avancée par Schaefer (1954) : tant que les revenus des captures (pY) sont supérieurs aux coûts (cE) engendrés par l'effort correspondant, l'effort croît ; sinon, il diminue.

Les deux autres composantes correspondent aux limitations. La deuxième tend à faire augmenter l'effort si les quotas Y_r ne sont pas atteints, et l'inverse en cas de dépassement. Et la troisième tend aussi à augmenter l'effort tant qu'il est inférieur à sa valeur limite recommandée E_r , et inversement s'il la dépasse.

Identification

= Déterminer les valeurs des paramètres de f et g .

Pour déterminer les valeurs des paramètres intervenant dans les modèles, il existe deux grandes façons de procéder : (i) soit par connaissance empirique des paramètres biologiques qui interviennent ; et (ii) soit à partir de relevés expérimentaux. C'est cette dernière solution dont nous donnons un exemple ci-dessous.

Admettons que nous sommes en possession d'un jeu de données suffisant, i.e., de relevés portant sur un nombre de variables suffisant (par rapport au nombre de paramètres à identifier), et ce pour de relativement longues séries temporelles. Auparavant nous avons retenu une structure de modèle que nous voulons identifier, cohérente avec les données disponibles. Il faut encore déterminer un critère, admettant comme variables les paramètres du modèle et faisant intervenir les données expérimentales ; les paramètres les plus adaptés aux données, au sens du critère choisi, sont ceux qui optimisent ce critère.

Exemple du stock de flétan

Nous allons présenter ici un exemple d'identification sur un modèle de Schaefer (1954), à partir de données du flétan du Pacifique.

Données

Les données dont on dispose ont été communiquées par R.B. Deriso (pers. comm. via D. Pelletier ; Deriso, 1980). Elles concernent le flétan du Pacifique. Elles sont constituées des relevés de captures et de captures par unité d'effort (*cpue*) entre 1929 et 1987, à raison d'un relevé par an. Une partie de ces données provient de Ricker (1975).

On en déduit aisément une série de 59 relevés expérimentaux d'effort et de captures, espacés régulièrement d'un an.

Méthode

On choisit ensuite de représenter notre système par le modèle de Schaefer suivant :

$$\dot{X}(t) = rX(t) \left(1 - \frac{X(t)}{k} \right) - Y(t) \quad (4a)$$

$$Y(t) = qE(t)X(t) \quad (4b)$$

$$X(1929) = X_0 \quad (\text{condition initiale}) \quad (4c)$$

Les paramètres à identifier sont donc : r, k, q et X_0 . Nous avons intégré la condition initiale du stock dans les paramètres du modèle, car il est nécessaire d'avoir la valeur du stock à un instant donné, afin de pouvoir intégrer l'équation différentielle.

Comme critère d'identification, on choisit de minimiser les écarts entre les captures réelles et les captures simulées, par une méthode des moindres carrés, sur les $T + 1$ années des relevés. Cette méthode consiste à minimiser la somme des carrés des écarts. Dans ce cas, le problème correspondant s'exprime de la manière suivante:

$$\text{Trouver: } (r, k, q, X_0)_{opt} = \min_{\{r, k, q, X_0\}} \frac{1}{2} \int_{t=0}^T (Y_{exp.} - Y_{simul.})^2 dt$$

où : $Y_{simul.}$ est calculée grâce à la relation (4b) avec $U = U_{exp.}$ et X ;
 X étant obtenu par intégration de (4a) avec $Y = Y_{exp.}$ et la condition initiale (4c).

La résolution numérique des problèmes d'identification a été réalisée sur le logiciel MATLAB, à l'aide de son *Optimization Toolbox*. La fonction implémentée, permettant de résoudre ces problèmes d'optimisation par les moindres carrés non-linéaires, fait appel à l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

Résultats

Par la méthode des moindres carrés décrite ci-dessus, nous avons obtenu les valeurs des paramètres optimaux suivantes :

$$\begin{cases} r = 0.278 & \text{en année}^{-1} \\ k = 1055 & \text{en } 10^6 \text{ Lb} \\ q = 0.222 & \text{en } 10^3 \text{ longueur d'engin.année}^{-1} \\ X_0 = 249 & \text{en } 10^6 \text{ Lb} \end{cases} \quad (5)$$

Les résultats obtenus sont assez satisfaisants, comme le montre la comparaison entre les captures expérimentales et simulées issues de ce modèle identifié (Fig. 5).

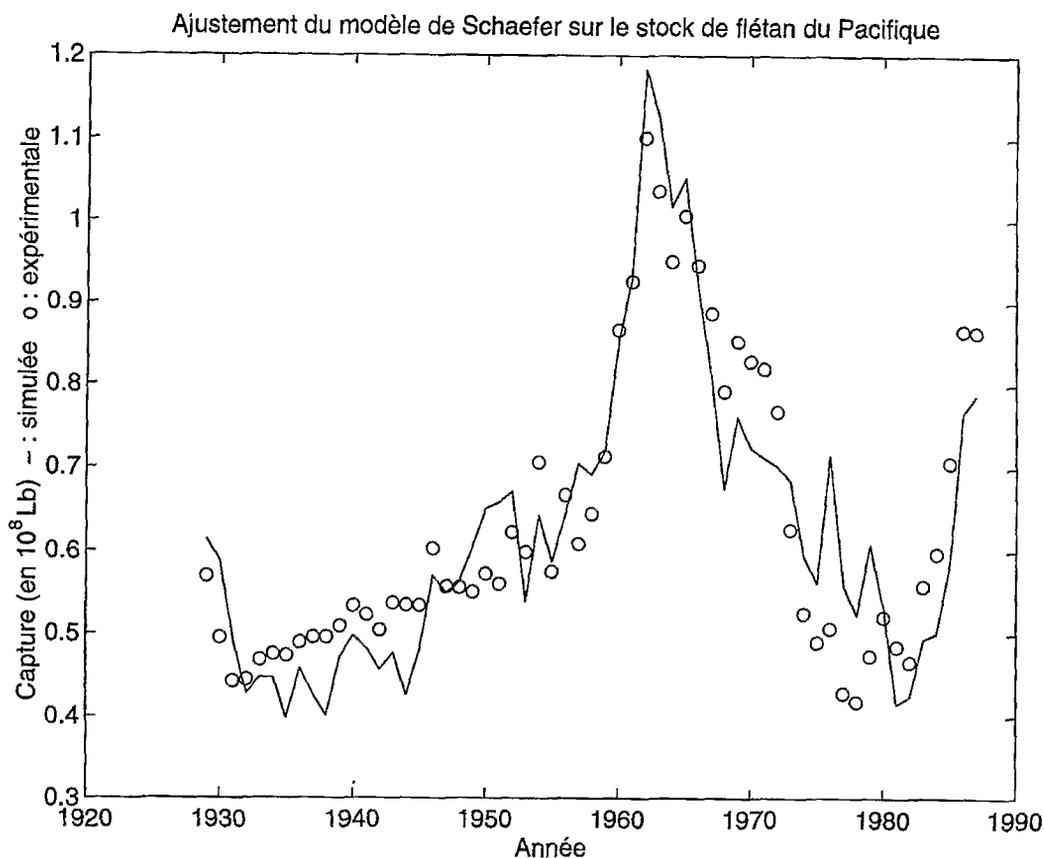


Fig. 5. Comparaison pour le flétan du Pacifique, entre les captures expérimentales et simulées par le modèle (4) avec les paramètres (5).

Contrôle

= Elaborer une loi d'entrée sur f de manière à obtenir un comportement voulu.

Dans cette section, nous présentons deux exemples simples de contrôle. Le premier illustre une poursuite de consigne ; son but est de rendre la sortie du système (captures) égale à une consigne donnée (quotas). Le second exemple est une approche "viabiliste" du contrôle (Aubin, 1991).

Exemple très simple de poursuite de consigne

Cet exemple introduit une poursuite de consigne. De manière générale, cela consiste à élaborer une loi de contrôle sur le système, afin que la sortie (ou une partie de la sortie) de ce dernier suive la consigne indiquée. Le système que nous considérons ici est le "système pêche" présenté à la Fig. 2. La consigne de sortie est prise sous forme de quotas de pêche.

Tout d'abord, nous allons présenter une synthèse intuitive de la loi de commande, puis ensuite nous allons vérifier que le système ainsi commandé remplit bien notre objectif : suivre les quotas de pêche.

Elaboration a priori de la loi de contrôle

Notre but dans cet exemple est de suivre la consigne : $\text{captures} = \text{quotas}$, sur un stock exploité donné. Le contrôle sur notre système est l'effort de pêche E . On cherche donc à élaborer un effort qui, appliqué au stock de poissons, permette de suivre la consigne.

Pour cela on introduit un comparateur dans notre système, qui calcule l'erreur : $\varepsilon = Y_r - Y$, puis on multiplie cette erreur par un gain A , qui sert d'amplificateur. Si l'on suppose que : $E = A(Y_r - Y)$, la loi d'effort qui dérive de cette équation a, a priori, bien le comportement voulu. En effet, si les quotas sont dépassés, l'effort diminue (et donc a priori les captures aussi), tandis qu'il augmente si les quotas sont dépassés. Il suffit donc finalement d'intégrer cette erreur amplifiée pour obtenir le contrôle E (Fig. 6).

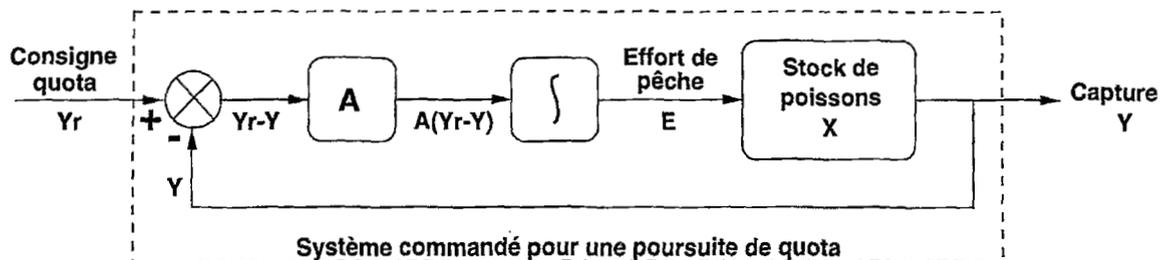


Fig. 6. Schéma d'un système halieutique avec poursuite de consigne "quotas".

Analyse du système commandé

Vérifions à présent que le comportement du système est bien conforme à notre objectif, à savoir poursuite de la consigne "quotas".

Comme modèle pour le stock, on prend le modèle de Schaefer (1954), ce qui nous donne le système complet commandé suivant :

$$\dot{X} = rX \left(1 - \frac{X}{k} \right) - qEX \quad (6)$$

$$\dot{E} = A(Y_r - Y) \quad (7)$$

$$Y = qEX \quad (8)$$

Pour l'étude de ce système, nous avons choisi des valeurs simples pour les paramètres. Elles ne sont pas nécessairement réalistes, aucune unité n'est précisée, mais ce modèle sans dimension permet une meilleure compréhension et des calculs allégés. Soit donc :

$$\begin{aligned} r &= k = q = 1 \\ A &= 3 \\ Y_r &= 0,2 \end{aligned} \quad (9)$$

Le système devient donc :

$$\dot{X} = X(1 - X) - EX \quad (6')$$

$$\dot{E} = 3(0,2 - EX) \quad (7')$$

Les points d'équilibre sont les points qui annulent \dot{X} et \dot{E} . Ils vérifient donc : $E + X = 1$ et $EX = 0,2$; ou encore l'équation suivante : $X^2 - X + 0,2 = 0$. Il y a donc deux points d'équilibre, qui sont bien dans le plan réel, avec des coordonnées strictement positives, et qui sont :

Équilibre 1 (Eq 1)	Équilibre 2 (Eq 2)
$X_1^* = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$	$X_2^* = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$
$E_1^* = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$	$E_2^* = \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$

Les points obtenus vérifient bien la consigne : *captures = quotas*. Il faut donc à présent étudier à partir de quelles conditions initiales il est possible d'atteindre ces points d'équilibre.

Si l'on se place dans le plan de phase, i.e., dans le plan où l'on a l'effort sur un axe et l'abondance du stock sur l'autre, on peut déterminer le sens de variation de chacune des variables, selon divers secteurs du plan. On matérialise la résultante des variations en X et en E par une flèche. On peut ainsi voir si les points d'équilibre sont stables et d'où il est possible de converger vers eux (Fig. 7).

Grâce à cette représentation graphique, on voit donc que le point d'équilibre Eq 1 est un noeud stable et le point d'équilibre Eq 2 un point selle, donc instable. En ces deux points les captures sont égales aux quotas et l'on est à l'équilibre. Il est intéressant de remarquer que le point stable est celui pour lequel l'abondance du stock est plus élevée et l'effort de pêche plus faible.

Les secteurs du plan sont délimités par les isoclines Δ_1 , Δ_2 et une séparatrice Σ . Σ est la trajectoire particulière qui converge vers le point d'équilibre instable Eq 2. Elle est obtenue par simulation numérique. Comme toute trajectoire, elle ne peut être franchie. A gauche de cette séparatrice (zone grisée), à partir des secteurs S1, S2 et S3, toutes les trajectoires tendent vers un stock nul et un effort très grand. A droite de la séparatrice, à partir des secteurs S4, S5, S6 et S7, les trajectoires convergent toutes vers l'équilibre stable Eq 1.

Interprétation des résultats

On a donc défini deux zones dans le plan de phase séparées par Σ . La première zone est celle dite "instable" (secteurs 1-3, zone grisée) ; elle est caractérisée par un stock d'effectif faible. La seconde est la zone de convergence ; elle recouvre les stocks plus abondants.

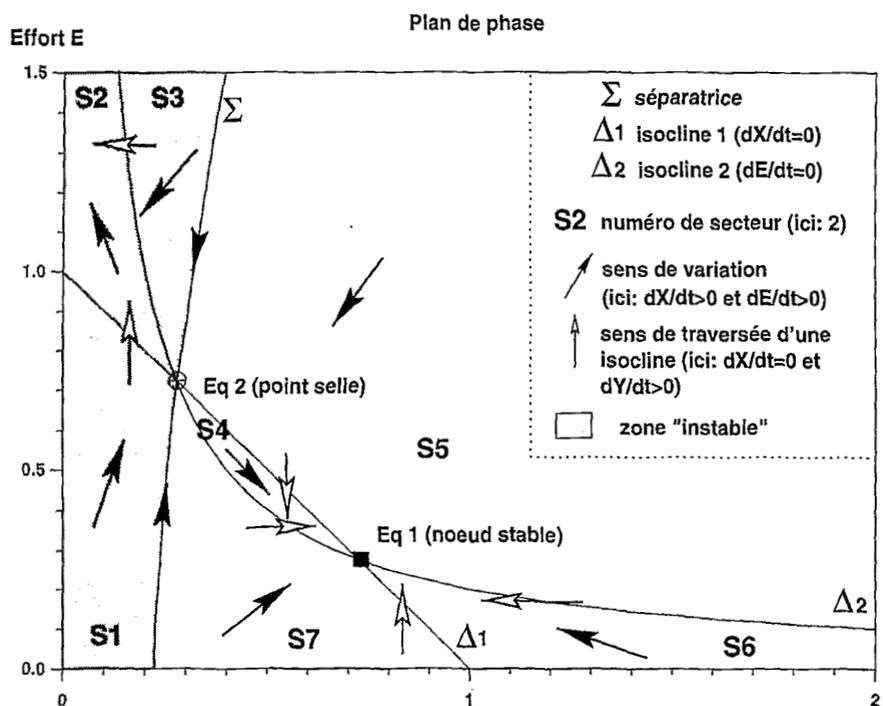


Fig. 7. Plan de phase associé au système (6',7').

Si le stock est bas (zone instable), quel que soit le niveau d'exploitation appliqué, avec la loi de contrôle élaborée ci-dessus on va totalement épuiser le stock. En général dans ce cas, les captures sont inférieures aux quotas (secteurs S1-2) ; pour réaliser la consigne, on augmente alors l'effort de pêche, et ainsi on parvient à un effort très grand mais un stock nul. Toujours avec un stock bas, il arrive que les quotas soient dépassés (secteur S3) ; dans ce cas, l'effort commence par diminuer, mais le stock aussi car il est surexploité ; ainsi on repasse sous les quotas (secteur S2), l'effort augmente, le stock s'épuise et l'on se retrouve dans le cas précédent : effort très grand, stock nul.

Si au contraire le stock est important (zone de convergence), la loi de contrôle élaborée ci-dessus permet d'atteindre les quotas au bout d'un certain temps. Elle diminue l'effort et les captures dans les secteurs S4-5 et les augmente dans les secteurs S6-7. Ainsi le système tend vers des valeurs d'effort, de stock et de captures respectant les quotas, valeurs d'équilibre données par Eq 1. C'est un niveau d'exploitation intéressant car il correspond à stock assez élevé. En outre, ce contrôle est assez robuste face à des petites perturbations, car Eq 1 est un point stable sur la zone de convergence.

En conclusion, le contrôle synthétisé ci-dessus remplit bien son objectif *captures = quotas* à condition que le stock initial ne soit pas à un niveau trop faible, sinon il épuise le stock.

Stabilisation "viabiliste"

Présentation du système étudié

Dans cet exemple, on considère le système suivant :

$$\dot{X} = rX \left(1 - \frac{X}{k} \right) - qEX \quad (10)$$

$$\dot{E} = U \quad (11)$$

$$Y = qEX \quad (12)$$

Le système est très semblable à celui représenté sur la Fig. 2, avec un modèle de Schaefer, sauf que là on ne contrôle pas le système par l'effort de pêche E mais par sa dérivée U , i.e., par la vitesse de variation de l'effort. C'est plus réaliste, car ainsi l'effort varie continûment et non pas de manière brusque. Le contrôle est alors du type : "veuillez diminuer l'effort à telle vitesse, soit veuillez détruire un bateau par an", et non : "veuillez appliquer tel effort, soit veuillez pêcher avec tant de bateaux". En outre on borne U , ainsi l'effort ne peut pas varier trop vite.

De même que précédemment, nous allons poursuivre l'étude avec un modèle adimensionnel, où les paramètres sont choisis arbitrairement. Soit : $r = k = q = 1$. Le modèle précédent devient :

$$\dot{X} = X(1 - X) - EX \quad (10')$$

$$\dot{E} = U \text{ avec : } -1 \leq U \leq 1 \quad (11')$$

$$Y = EX \quad (12')$$

Approche "viabiliste"

Le but ici est d'essayer de rester dans un domaine D donné. On cherche à savoir si, partant d'un point de ce domaine D , il existe un contrôle admissible (i.e., respectant les contraintes de bornitude) nous permettant d'y demeurer.

Ainsi on peut définir un sous-domaine limite D_i de notre domaine initial D tel que si et seulement si on ne part pas de D_i , quel que soit le contrôle U , on est certain de quitter D . Ce qui signifie aussi que si on part de D_i , on peut trouver un contrôle U pour rester dans D (et par suite dans D_i).

Ce type d'étude est connue sous le terme d'étude de viabilité (Aubin, 1991).

Application à notre système

On cherche à rester autour d'un point équilibre de référence du système, de manière à ce que les captures et l'effort de pêche ne s'éloignent pas trop de leurs valeurs d'équilibre. Cela constitue un pseudo-critère économique : peu de variations de captures et d'effort garantit aux pêcheurs des revenus et des coûts à peu près constants.

Le point d'équilibre que l'on choisit est :

$$X^* = 0,3 \quad E^* = 1 - X^* = 0,7 \quad (13)$$

A l'équilibre, le contrôle U est nul. Le domaine D dans lequel on veut rester est défini de la manière suivante :

$$\begin{aligned} E_{min} = 0,6 &\leq E \leq E_{max} = 1 \\ Y_{min} = 0,15 &\leq Y \leq Y_{max} = 0,35 \end{aligned} \quad (14)$$

La contrainte est :

$$-1 \leq U = \dot{E} \leq 1 \quad (15)$$

A partir de là, on va utiliser une résolution graphique du problème. On se place comme précédemment dans le plan de phase (X, E) .

Tout d'abord, on met en évidence le point d'équilibre indiqué en (13) et le domaine D défini par (14). On représente aussi les deux droites, $X = 0$ et Δ , pour lesquelles \dot{X} issu de (10') s'annule (Fig. 8). En effet les trajectoires peuvent "s'arrêter" sur ces droites, car les points de ces droites sont tous des équilibres de (10') : il suffit alors de prendre $U = 0$ pour qu'ils deviennent des équilibres du système complet (10', 11'). La droite $X = 0$ n'est pas très intéressante néanmoins (stock épuisé).

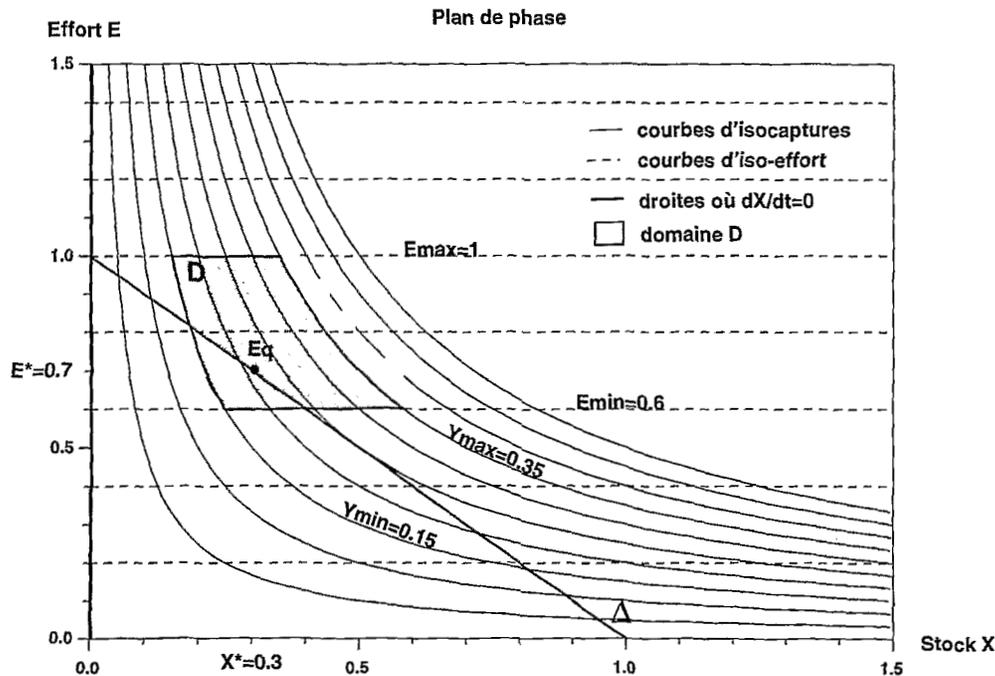


Fig. 8. Mise en évidence du domaine D (14) dans lequel on veut maintenir le système (10',11',12').

Ensuite, on étudie le sens de variation de X , i.e., le signe de \dot{X} , aux bornes du domaine D . On le matérialise par des flèches horizontales (Fig. 9). Là où les flèches sont rentrantes aux bornes de D , on ne peut sortir du domaine. Sur le bord bas, le bord haut, le côté droit et le côté gauche/partie inférieure du domaine, il n'y a pas de problème, les flèches sont rentrantes. Par contre sur le côté gauche/partie supérieure du domaine, les flèches sont sortantes.

En effet dans la zone supérieure gauche de D , l'effort de pêche est trop élevé et donc l'abondance du stock s'affaiblit ; tant et si bien que l'on ne peut plus assurer le niveau de captures Y_{min} si l'on maintient l'effort à ce niveau.

La solution pour tenter de rester dans le domaine D quand on approche de la zone critique supérieure gauche est donc de diminuer l'effort de pêche le plus vite possible, cad. pour $E = U_{min} = -1$. En traçant un faisceau de trajectoires avec ce contrôle minimal, on peut identifier la *trajectoire limite*. Si l'on part d'un point de D à gauche de cette trajectoire limite, quoi que l'on fasse, on sort de D . Et si l'on part à droite de cette trajectoire limite, un contrôle admissible (vérifiant (15)) bien choisi permet de demeurer dans D ; et par conséquent à droite de cette trajectoire (Fig. 10).

Grâce à cette méthode graphique, on identifie donc une zone interdite du domaine D , située dans le coin supérieur gauche du domaine. Si l'on évite cette zone, grâce à un contrôle intelligent, on peut conserver un niveau de captures et d'effort proche du point d'équilibre de référence. L'interprétation économique de ce résultat est un peu grossière : revenus et coûts à peu près constants si l'on reste à droite de la trajectoire critique. Mais ce résultat, par son approche "domaine solution" (et non "trajectoire solution"), a l'avantage d'être assez robuste en cas de petites perturbations.

Conclusion

Nous avons montré dans cet article qu'il est possible d'appliquer des outils de l'automatique à des problèmes de pêche. Certes, le contenu halieutique des exemples présentés ici n'est pas très développé ; ces applications sont en outre fort peu réalistes. Néanmoins, ce sont des "cas d'école", simples, de manière à illustrer, dans un contexte de pêche, l'utilisation de la théorie des systèmes et du contrôle.

La résolution de problèmes plus complexes et réalistes est possible, mais demande un travail et une interaction halieute-automaticien qui dépasse le cadre et le sujet de cet article.

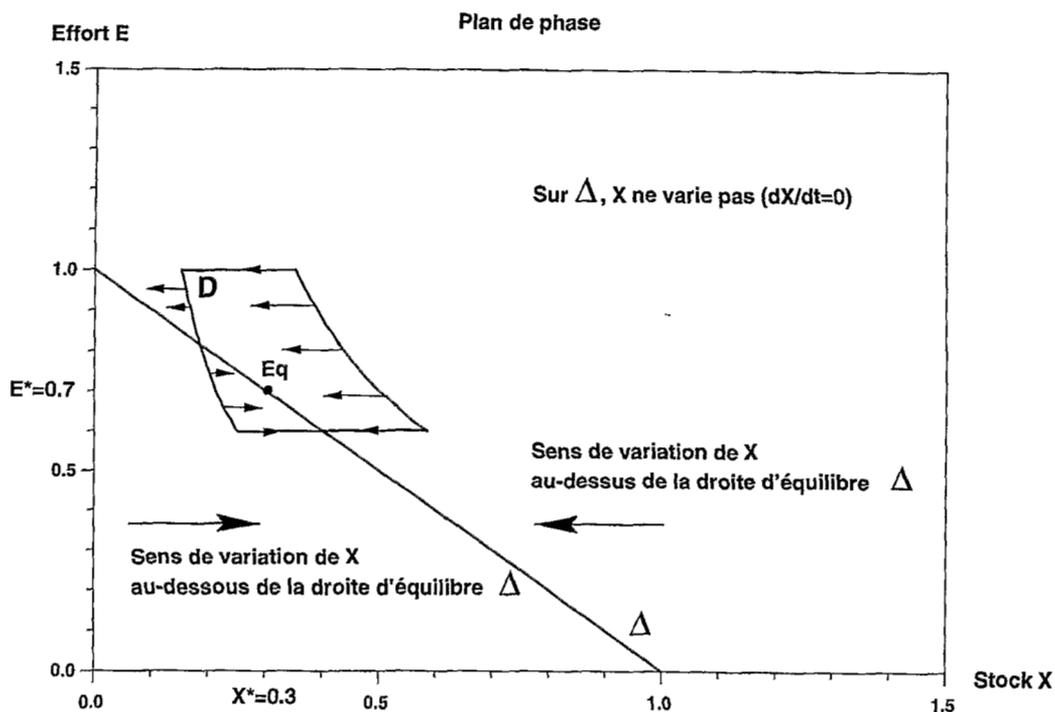


Fig. 9. Détermination du sens de variation de l'abondance X du stock aux bornes du domaine D.

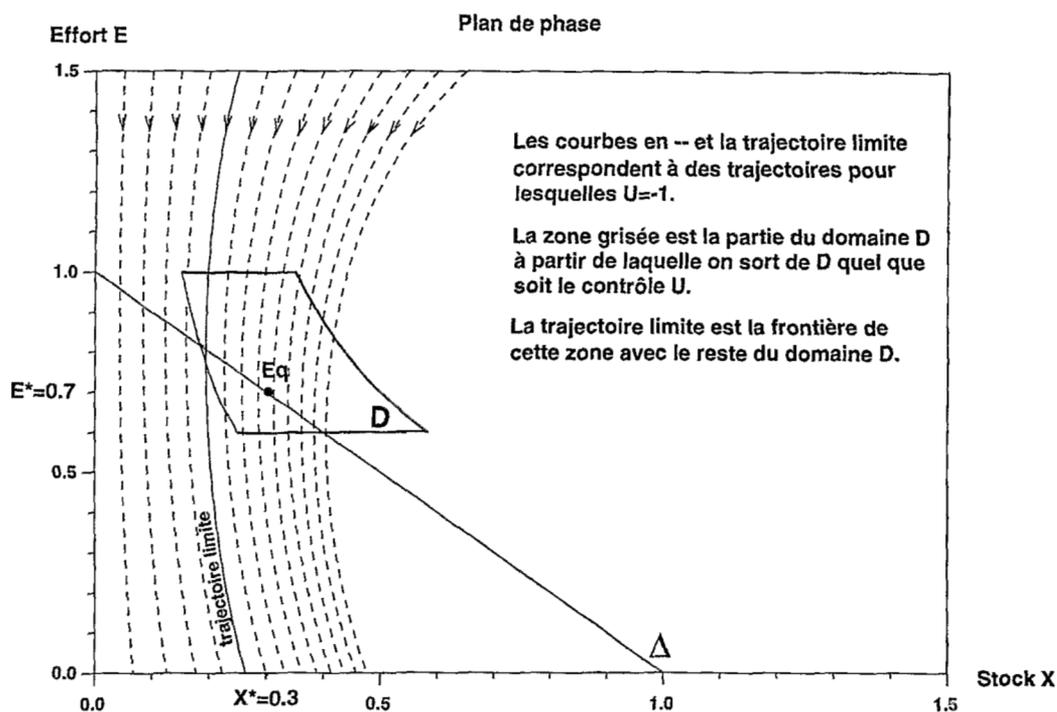


Fig. 10. Identification de la zone interdite (zone grisée) du domaine D.

Références

- d'Andréa-Novel, B. et Cohen de Lara, M. (1994). *Commande linéaire des systèmes dynamiques*. Masson, Paris.
- Aubin, J.-P. (1991). *Viability theory*. Birkhauser, Boston.
- Beltrami, E. (1987). *Mathematics for dynamic modeling*. Academic Press, Boston.
- Beverton, R.J.H. et Holt, S.J. (1993). *On the dynamics of exploited fish populations*. Chapman and Hall, London. Première édition 1957.
- Clark, W.C. (1976). *Mathematical Bioeconomics: the optimal management of renewable resources*. Wiley, New York.
- Deriso, R.B. (1980). Harvesting strategies and parameter estimation for an age-structured model. *Can. J. Aquat. Sci.*, 37 : 268-282.
- Faurre, P. et Robin, M. (1984). *Eléments d'automatique*. Dunod-Bordas, Paris.
- Kwakernaak, H. et Sivan, R. (1972). *Linear control systems*. Wiley-Interscience, New York.
- Laurec, A. et Le Guen, J.-C. (1981). *Dynamique des populations marines exploitées. Concepts et Modèles*. Tome I. Rapports scientifiques et techniques du CNEXO No. 45, Cf. Editions de l'IFREMER, Plouzané (France).
- Murray, J.D. (1989). *Mathematical biology*. Springer, Berlin.
- Pavé, A. (1994). *Modélisation en biologie et en écologie*. Aléas, Lyon.
- Ricker, W.E. (1958). *Handbook of computations for biological statistics of fish populations*. Bull. Fish. Res. Board Can. p. 119.
- Ricker, W.E. (1975). *Computation and interpretation of biological statistics of fish populations*. Bull. Fish. Res. Board Can. p. 191.
- Schaefer, M.B. (1954). Some aspects of the dynamics of populations important to the management of the commercial marine fisheries. *Bulletin of the Inter-American Tropical Tuna Commission*, 1(2) : 27-56.